

Les polymères

Cours de C. Fond

1. Les hauts polymères	2
1.1. Introduction	2
1.1.1. Définition.....	2
1.1.2. Origine des polymères.....	2
1.1.3. Structures de base des macromolécules	2
1.1.4. Tacticité	3
1.1.5. Architecture des macromolécules.....	3
1.1.6. Deux grandes classes de polymères : différenciation par la mise en oeuvre	4
1.1.7. Deux grandes classes de polymères : différenciation par la microstructure .	5
1.1.8. Les adjuvants, charges et renforts	6
1.2. Propriétés chimiques des polymères	7
1.3. Propriétés physiques des polymères.....	7
1.4. Résistance au feu	9
1.5. Propriétés mécaniques des polymères	9
1.6. Les mousses de polymères et les polymères expansés.....	11
1.7. Tuyauteries en polymère	11
2. Annexe 1 : généralité sur le comportement mécanique des matériaux	13
Classification du comportement mécanique des matériaux	13
Définitions	13
Notions de viscoélasticité	15
Exemple de modèles simples pour l'analyse du comportement viscoélastique...	15
3. Annexe 2 : notion de thermomécanique.....	16
Coefficient de dilatation thermique.....	16
Dilatation volumique	16
Contraintes et déformations d'origine thermiques.....	17

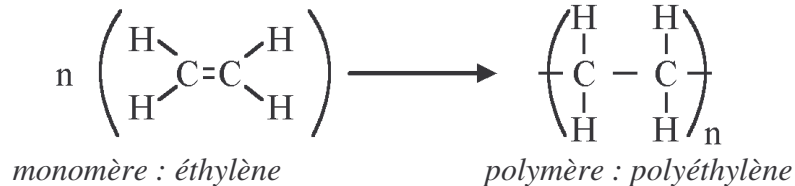
1. Les hauts polymères¹

1.1. Introduction

1.1.1. Définition

Polymère : assemblage de monomères par liaison covalente formant une chaîne macromoléculaire.

Haut polymère : polymère de haute *masse molaire* (chaîne macromoléculaire longue, i. e. le nombre *n* est grand pour la figure suivante).



Matière plastique : c'est, par abus de langage, le produit polymérique courant qui contient le haut polymères, d'éventuels résidus de catalyse et de synthèse, des adjuvants, voire des impuretés. On désigne aussi les matières plastiques par *résines synthétiques* ou encore simplement résines.

1.1.2. Origine des polymères

Polymères naturels : cellulose, caoutchouc naturel (poly isoprène – *vulcanisation* du latex de l'hévéa), silicates, protéines, ...

Polymères artificiels : acétate de cellulose (" bakélite "), ...

Polymères synthétiques : polychlorure de vinyle (PVC), polypropylène (PP), polyéthylène (PE), polyéthylène à basse densité (PE-BD), polyéthylène à haute densité (PE-HD), polyamide (PA), polytetrafluoréthylène (PTFE, " téflon "), polyéthylène téréphtalate (PET), polyméthacrylate de méthyle (PMMA), polycarbonate (PC), polystyrène (PS), polyuréthane (PU), polydiméthylsiloxane (silicone), ...

1.1.3. Structures de base des macromolécules

Soient A et B deux monomères :

Homopolymère :

-A-A-A-A-A-A-A-A-A-A-

Copolymère linéaire alterné :

-A-B-A-B-A-B-A-B-A-B-A-B-A-B-

Copolymère linéaire statistique :

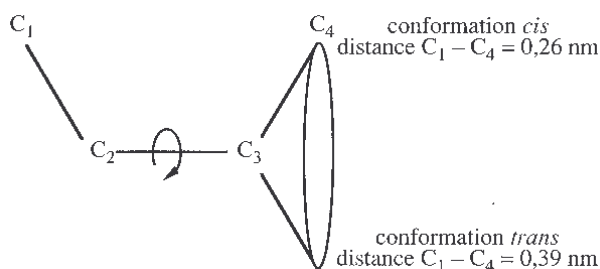
-A-A-A-B-B-A-B-B-B-A-A-B-A-A-A-A-B-B-A-B-B-B-A-A-B-A-B-

Copolymère linéaire séquencé :

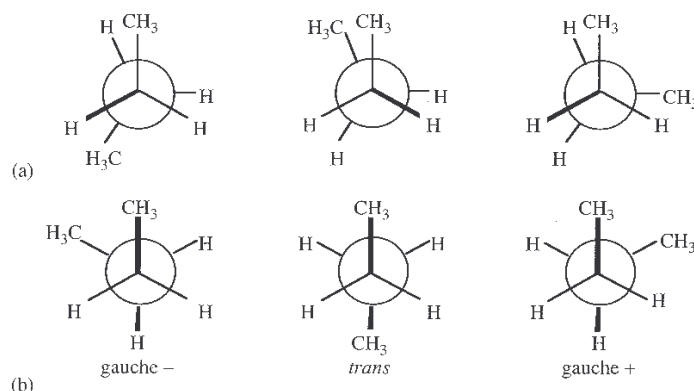
-A-A-A-B-B-B-B -A-A-A-B-B-B-B -A-A-A-B-B-B-B -A-A-A-B-B-B-B -

¹ ou les polymères à hautes masses molaires

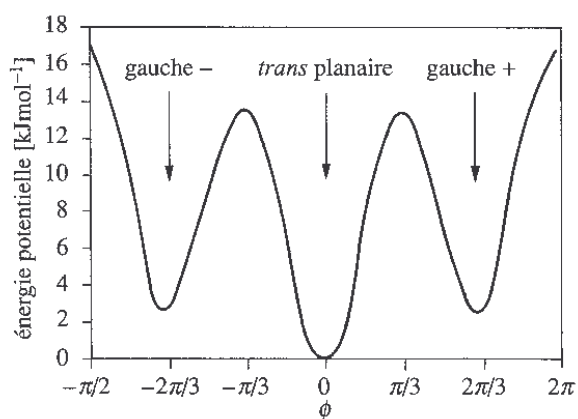
moléculaires coopératifs à grande échelle). Ces derniers sont gênés par des " nœuds physiques " ou *enchevêtrements*.



Conformation *cis* et *trans* planaires pour l'exemple du *n*-butane.



Projections de Newman des conformations éclipsées (a) et décalées (b) du *n*-butane.

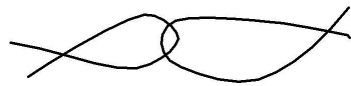


Représentation schématique des mouvements moléculaires locaux. Variation de l'énergie potentielle d'une molécule isolée de *n*-butane en fonction de l'angle formé par les liaisons C_1-C_2 et C_3-C_4 . Trois positions correspondent à des minimums locaux d'énergie de conformation. La conformation la plus stable (énergie de conformation la plus faible) est appelée conformation *trans*, les deux autres étant appelées *gauche +* et *gauche -* ou encore *cis +* et *cis -*.

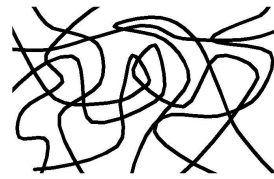
1.1.6. Deux grandes classes de polymères : différenciation par la mise en oeuvre

Les polymères thermoplastiques : ils sont solubles dans leurs solvants respectifs tels que l'acétone pour le PMMA par exemple. Le plus souvent ils sont constitués par un réseau mono dimensionnel ou des chaînes faiblement ramifiées. On peut les mettre en forme (injection, extrusion...) au-delà de leur

température de fusion, T_f . Ils possèdent la mémoire de cette forme après déformation plastique lorsqu'on les chauffe au-delà de la température de transition vitreuse, T_g . Comme ils peuvent être remis en forme par simple passage au dessus de T_f , ils sont a priori recyclables.

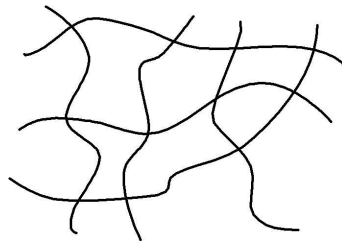


enchevêtrement (" nœud physique ")



" pelote macromoléculaire "

Les polymères thermodurcissables ou "*thermodurs*" : ils sont insolubles, infusibles. Différemment des polymères thermoplastiques, ils durcissent en subissant une transformation chimique irréversible. On peut définir une température, T_d , au-delà de laquelle ils sont chimiquement dégradés. Le plus souvent ce sont des bi-composants, mis en œuvre à l'état liquide et rendus solides par l'ajout d'un durcisseur. Une fois mis en œuvre, la forme moulée est définitive. Ils ne sont donc pas recyclables.



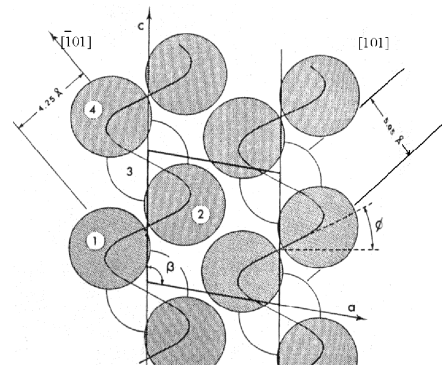
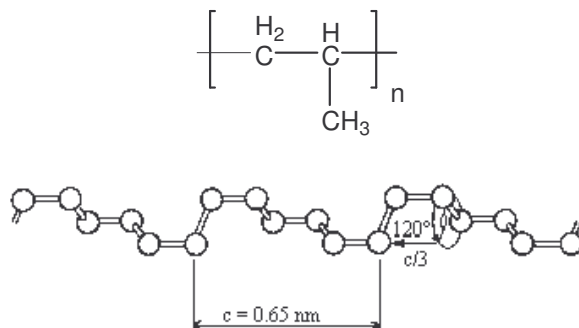
polymère réticulé (liaison covalente aux croisillons : " nœud chimique ")

1.1.7. Deux grandes classes de polymères : différenciation par la microstructure

Les polymères amorphes : ils sont transparents. En dessous de leur température de transition vitreuse (ramollissement) ils sont à l'état vitreux et l'on parle de verres organiques. Ils sont généralement peu résistants à la rupture. L'adjonction de particules d'élastomère permet de les rendre plus ductiles.

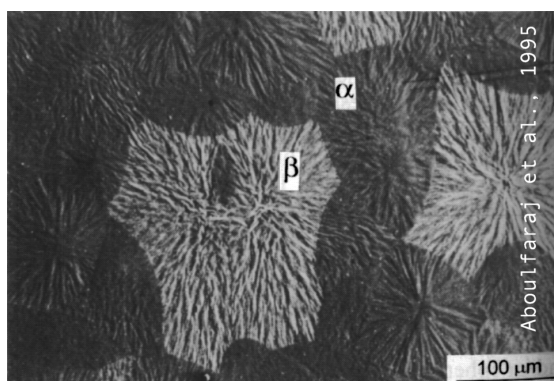
Les chaînes macromoléculaires peuvent être orientées au cours de la mise en œuvre, ce qui leur confère des propriétés anisotropes².

Les polymères semi-cristallins : ils sont constitués de phases cristallines et de phases amorphes du même polymère. Leur microstructure est souvent complexe et, en conséquence, la description de leurs propriétés aussi. Leur propriétés mécaniques sont généralement bonnes.

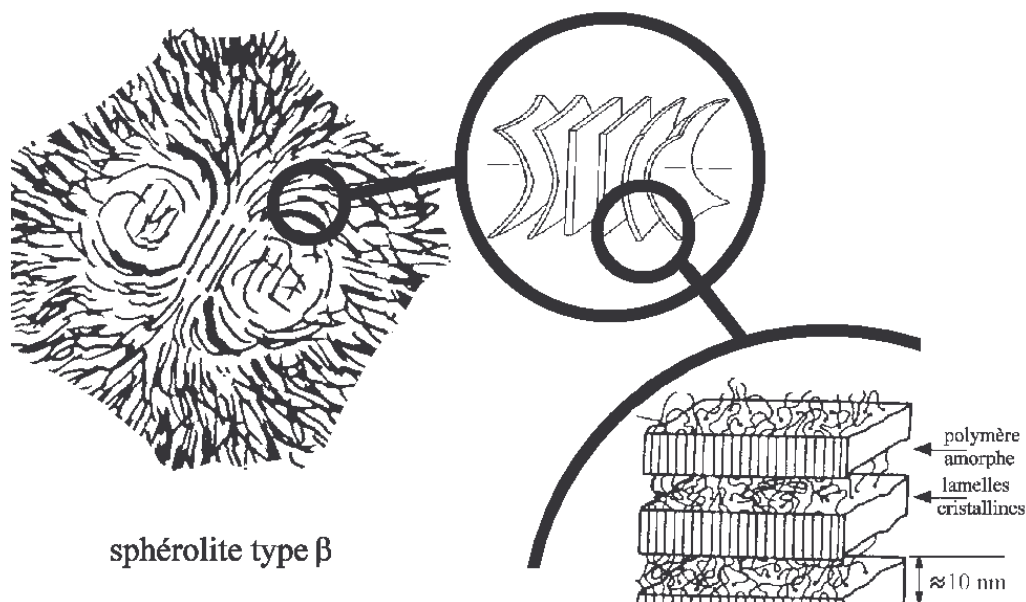


² à titre d'exemple, le matière plastique des gobelets jetables est plus résistante à la déchirure dans la direction circonférencielle que dans la direction des génératrices, ce qui manifeste une anisotropie des propriétés mécaniques.

Structure moléculaire du polypropylène isotactique. Un arrangement particulier de conformations cis et trans peut parfois permettre d'organiser – compacter – la matière. Ici il y a formation d'hélices et le polymère cristallise localement.



Sphérolites d'un polymère semi-cristallin : exemple du polypropylène isotactique (image de microscopie électronique à balayage).



Organisation des lamelles en "gerbes" dans le cas d'un sphérolite de type β de polypropylène.

1.1.8. Les adjuvants, charges et renforts

Les adjuvants peuvent avoir pour rôle de faciliter la mise en œuvre ou de modifier les propriétés d'usage. Les principaux agents sont les rhéo-fluidifiants, démoulants, plastifiants, les stabilisants aux U. V., les stabilisants à l'oxydation, les antistatiques, les anti-moisissures et les ignifugeants. Les charges, telles que le kaolin, le carbonate de calcium, le talc, l'argile, sciure de bois, l'alumine, ont généralement pour rôle de diminuer le coût du matériau. Les charges métalliques modifient les

propriétés électromagnétiques. Lorsque des fibres sont ajoutées – généralement des fibres de verre mais il peut aussi s'agir de carbone, de coton, de jute... - pour renforcer les propriétés mécaniques on parle alors de "matériau composite" ou simplement "composite". Pour renforcer les polymères fragiles au choc on utilise des particules souples à base d'élastomère. On peut aussi obtenir de bonnes propriétés en mélangeant des polymères (ABS = styrène butadiène + styrène acrylonitrile, par exemple). Enfin on rajoute des pigments pour modifier la couleur. Dans le jargon du fabricant, le mélange du polymère avec ses divers additifs est appelé *compound* ou *premix*. Actuellement se développent des nanocomposites à base de micro-particules de silice pour améliorer la résistance à la rayure et à l'abrasion³ des polymères (essentiellement les polymères transparents). Enfin, dans le cas des caoutchoucs naturels (latex vulcanisé), le noir de carbone ou des micro-particules de silice ont pour rôles d'améliorer les propriétés mécaniques (modules d'élasticité, dissipation d'énergie et résistance à la déchirure).

1.2. Propriétés chimiques des polymères

La teneur en eau affecte les propriétés mécaniques des polyamides. La présence d'eau peut favoriser l'hydrolyse des polyesters (ainsi que la rupture des fibres de verres qu'ils contiennent éventuellement). Mais généralement les polymères sont peu affectés par les solutions salines, les acides faiblement dosés. En revanche ils sont pour la plupart sensibles aux solvants organiques (dérivés du pétrole...). Compte-tenu de la diversité des polymères, il faut toujours spécifier au fabricant (via le fournisseur éventuellement) les conditions d'utilisation de son produit et l'associer au choix du meilleur produit ou compromis.

1.3. Propriétés physiques des polymères

Si l'on considère l'usage des matériaux polymères, on distingue deux classes : les polymères techniques et les polymères à usage structural. Les polymères techniques sont généralement produits en petites quantités pour leur propriété optique, électronique, physico-chimique, pharmaceutique, etc. Les polymères à usage structural sont formulés pour adapter leurs propriétés mécaniques à un usage donné. C'est essentiellement la rigidité et l'amortissement qui sont concernés. Bien sûr plusieurs propriétés peuvent être concernées simultanément, par exemple dans le cas des polymères transparents où de bonnes propriétés optiques et une moindre fragilité sont exigées. Les polymères sont de bons, voire très bons, isolants électriques et des isolants thermiques de qualité moyenne tant qu'ils ne forment pas de mousse.

Le tableau suivant indique de valeurs courantes pour des propriétés physiques de polymères les plus usuels. Les valeurs de ce tableau ont un caractère indicatif. En effet les propriétés peuvent être très variables pour certains polymères. Par exemple, les silicones et les PU sont des thermodurcissables à propriétés mécaniques très variables.

³ même si elle ne nuit pas à la sécurité, la durabilité de l'aspect de surface ne doit pas être négligée.

Polymère	Densité (kg/m ³)	Module d'Young (MPa)	Allongement à rupture (%)	Coefficient de dilatation thermique (K ⁻¹)	Conductivité thermique (W/m.K)	Température de transition vitreuse ⁴ (T _g en °C)	Température de fusion (T _f en °C)	Remarques
PVC souple (PVC-P)	1160 à 1350	< 1000	200 à 500	7 10 ⁻⁵	0.16	-10 à -40	< 130	Sensible aux UV – auto-extinguible – économique par ajout de minéraux
PVC rigide (PVC-U)	1400	2000 à 3000	20 à 70	7 10 ⁻⁵	0.16	80	< 150	
PA	1100	2500	30	5 10 ⁻⁵	0.2	50	200	Sensible à l'humidité – faible résistance au feu
<i>Polyoléfines</i>								
PE-BD	920	200	500	2 10 ⁻⁴	0.23	-110	115	Sensibles aux UV – bonne inertie chimique (qualité alimentaire possible)– collage très difficile
PE-HD	950	1000	> 50	1 à 2 10 ⁻⁴	0.4	-110	130	
PP	900	1000 à 2000	> 20	1 à 2 10 ⁻⁴	0.2	-20	165	
<i>Transparents</i>								
PC	1200	2500	> 100	7 10 ⁻⁵	0.2	150	200	Très ductile photoélastique
PMMA	1180	3000	< 3	7 10 ⁻⁵	0.2	110 à 135	190 à 240	Très bonne transparence
PMMA choc	1200	2000	30	8 10 ⁻⁵	0.2	110 à 135	190 à 240	" plexiglas "
PS	1050	2300 à 4100	< 3	7 10 ⁻⁵	0.1 à 0.13	80	≈ 200	Economique, fragile (sauf grade choc)
<i>Thermodurcissables</i>								
PU	1200	variable	variable	1 à 2 10 ⁻⁴		variable	thermodurcissable	Hydrofuge
Silicone	1000 à 1600	variable	variable	1.7 à 3.5 10 ⁻⁴	0.2 à 0.4	variable	> 200 ou thermodurcissable	Il existe des PU thermoplastiques
Caoutchouc (poly isoprène) sans charges	950	De l'ordre de 1	100 à 800	2 10 ⁻⁴	0.15	Environ -50	Thermodurcissable (vulcanisation)	Souvent renforcé par des charges : noir de carbone ou silice (pneumatiques)
Acétate de cellulose	1300	500 à 5000	6 à 70	0.8 à 1.8 10 ⁻⁴	0.16 à 0.36	55 à 95	≈ 200	combustible

⁴ La température de transition vitreuse est difficile à déterminer car elle dépend de la méthode utilisée. En spectrométrie mécanique, par exemple, T_g dépend de la vitesse de déformation. Pour cette raison, les spécialistes préfèrent parler de zone de transition vitreuse.

1.4. Résistance au feu

La combustion, si elle a lieu, peut-être plus ou moins rapide selon les natures chimiques de polymères. De même, selon la nature chimique du polymère et les charges éventuelles qu'il contient, le chauffage excessif ou l'éventuelle combustion peut dégager des fumées épaisses et des gaz nocifs. Certains polymères, certains PVC non plastifiés par exemple, sont ignifuges : chauffés, des gaz sont émis et empêchent la réaction exothermique d'oxydation de se produire. Ils sont qualifiés d'auto-extinguibles. Il est parfois possible de rendre un polymère auto-extinguible par adjonction d'adjuvants. Ceux-ci sont à base de gaz halogènes (chlore, fluor...) ou d'azote, de phosphore, etc. Pour ignifuger, le fabriquant copolymérise des monomères inflammables avec des monomères auto-extinguibles, par exemple halogénés.

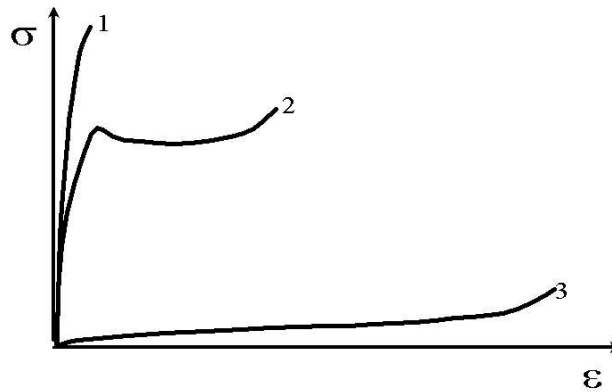
Polymère	inflammabilité
PE – toutes densités	combustion très lente
PP	combustion lente
PVC	combustion lente à auto-extinguible
PS	combustion lente
PMMA	combustion lente à incombustible
Nylon 66	auto-extinguible
Acétate de cellulose	combustion lente à auto-extinguible
Epoxydes	auto-extinguible
Polyesters	inflammable
Résines phénoliques	combustion très lente
Mélatamine formaldéhydes	combustion lente à incombustible

1.5. Propriétés mécaniques des polymères

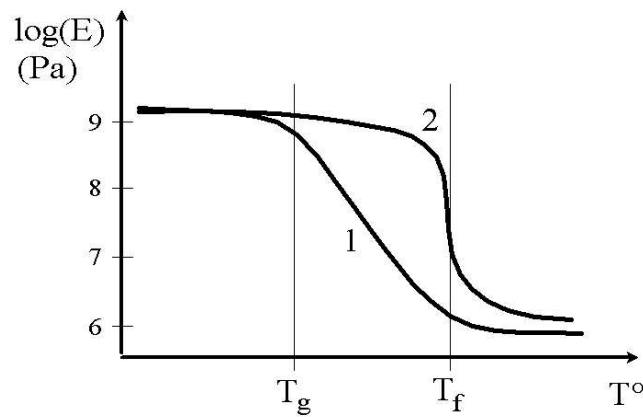
Les polymères thermoplastiques, à température ambiante, sont proches de leur température de ramollissement (T_g , T_f) et leur comportement mécanique est sensiblement affectés par la vitesse de sollicitation et la température⁵. Ceci est lié à la thermo-activation et à la coopérativité des mouvements moléculaires. Tous les polymères thermoplastiques se rigidifient à basses température et retrouvent un comportement fragile⁶. Une relativement basse température correspond à une sollicitation rapide, une relativement haute température correspond à une vitesse de sollicitation lente – il s'agit de *l'équivalence temps-température*.

⁵ A l'instar du comportement mécanique des aciers lorsqu'ils sont sollicités au dessus de 500 °C.

⁶ pour les polymères ductiles à température ambiante, on parle de transition ductile-fragile.

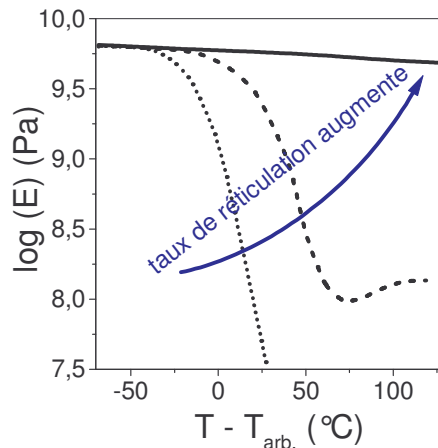


Courbes contrainte-déformation typiques de polymères en traction : 1- polymère fragile ($T < T_g$) - 2- polymère ductile ($T < T_g$) - 3- élastomère ou caoutchouc ($T > T_g$).



Evolutions typiques du module d'Young en fonction de la température pour les polymères thermoplastiques : 1- un polymère amorphe – 2- un polymère semi-cristallin. T_g désigne la température de transition vitreuse et T_f la température de fusion.

Les polymères thermodurcissables ont un comportement mécanique semblable aux polymères thermoplastiques en dessous de leur température de ramollissement. Cependant, à moins de n'être que très faiblement réticulés, ils ne subissent pas de fort ramollissement lorsque la température augmente. Les propriétés mécaniques ne seront significativement affectées aux hautes températures que par la dégradation chimique du réseau macromoléculaire.



Evolutions typiques du module d'Young en fonction de la température pour différents taux de réticulations pour les polymères thermodurcissables. $T_{arb.}$ est une température arbitraire.

Pour la construction, on préfère en général utiliser des polymères thermodurcissables armés de fibres pour leur moindre fluage.

1.6. Les mousses de polymères et les polymères expansés

Différentes méthodes (chimique, physique ou mécanique) sont utilisées pour incorporer un gaz au polymère dans le but de constituer des alvéoles au sein du matériau. Si ces alvéoles communiquent entre elles on parle de mousse à porosité ouverte, voire d'éponge, sinon on parle de mousse à porosité fermée. Selon que la température de transition vitreuse du polymère employé est au dessus ou en dessous de la température ambiante, on obtiendra respectivement des mousses souples ou rigides. Les propriétés chimiques – inflammabilité, résistance aux solvants...- sont évidemment les mêmes que le celles du polymère qui les constitue avec une sensibilité plus grande car la surface réactive offerte est grande. Ainsi, du fait de la grande surface offerte à la combustion, les mousses de polymères sont plus inflammables que le polymère massif correspondant.

Les mousses de polymères et les polymères expansés sont utilisés pour le propriétés d'isolation thermique et parfois phonique. Comparés aux autres matériaux à masse égale, leur propriétés mécaniques sont très bonnes.

Mousses obtenues à partir de résines thermoplastiques : elles sont mise en œuvre en usine et ensuite éventuellement découpées à la scie ou au fil.

exemples

Polystyrène expansé : 25 à 80 kg/m³ (extrudé), 16 à 80 kg/m³ (moulé), sensible aux solvants organiques (il est possible d'améliorer cette propriété chimique), fragile aux intempéries, jaunit aux U.V., dilatation thermique 6 10⁻⁵/°C, module d'Young de 5 à 20 MPa, ramollissement au delà de 70°C, bonne résistance chimique et adhésion au ciment portland. Nécessite l'utilisation de pare-vapeur, pare-flamme et une protection contre les agressions mécaniques.

Mousse de PVC : faible inflammabilité et bonne isolation thermique et bonne propriétés mécaniques mais coût élevé.

Mousses obtenues à partir de résines thermodurcissables : les propriétés chimiques, physiques et mécaniques sont très variables et les usages peuvent être très spécifiques. Elles autorisent une mise en œuvre sur site contrairement aux produits à base de résines thermoplastiques.

exemple

Mousse de polyuréthane : 25 à 50 kg/m³, dilatation thermique 1.3 10⁻⁴/°C, module d'Young de 1 à 10 MPa, bonne stabilité thermique, faible absorption d'eau et faible perméabilité à la vapeur.

1.7. Tuyauteries en polymère

Les résines thermodurcissables qui sont utilisées en tuyauterie sont la plupart du temps armées. Ce sont principalement des résines époxydes ou polyesters. Elles permettent le transport sous relativement

forte pression de produits très corrosifs dans les techniques industrielles. L'assemblage se fait joint mécanique ou par collage. Leur coût est élevé.

Les tuyaux en résines thermodurcissables connaissent de nombreux usages domestiques et industriels. Les plus courants sont les polyoléfines (PE, PP) et le PVC. Le collage est courant pour le PVC mais difficile pour les polyoléfines pour lesquelles on préfère l'assemblage par fusion ou le filetage. Comme le montre le tableau récapitulatif des propriétés ci-avant, le PE résiste mieux que le PP aux basses températures mais moins bien aux hautes températures domestiques.

PVC : évacuations, ventilation, adduction d'eau potable, transport de certains produits chimiques, protection électrique.

PE : adduction d'eau potable, du gaz de ville, protection électrique.

PP : évacuations, transport de certains produits chimiques, gaz et pétrole, chauffage.

2. Annexe 1 : généralité sur le comportement mécanique des matériaux

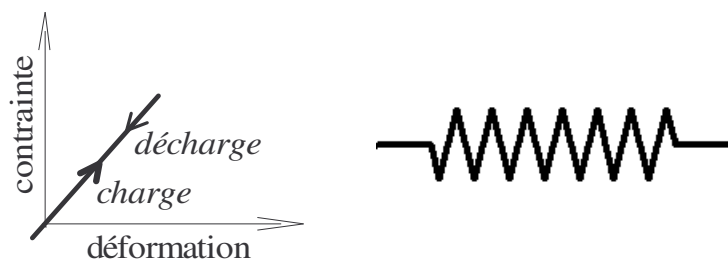
Classification du comportement mécanique des matériaux

Le comportement mécanique d'un matériau à l'état solide peut présenter différents types de composantes. La plus connue est l'**élasticité**. Elle se manifeste pour la plupart des matériaux en petites déformations – typiquement moins de 1 ‰ pour les matériaux rigides tels que les aciers, céramiques et moins de 1 % pour les matériaux plus souples telles que le bois et les matières plastiques⁷. Dès que l'on soumet un matériau à de plus grandes déformations, son comportement mécanique peut présenter de la **plasticité** et/ou de l'**endommagement** (inélasticité). L'éventuelle **viscosité** du matériau peut en revanche se manifester dès les petites déformations. Cette composante du comportement est responsable du fluage, de la relaxation et de l'élasticité recouvrée (anélasticité). Dès que l'on sort du cadre de l'élasticité linéaire on parle de " non linéarité du comportement mécanique ". On peut ainsi traiter de viscoélasticité, viscoplasticité, viscoélastoplasticité, plasticité avec endommagement, élasticité non linéaire, etc.

La composante visqueuse du comportement est responsable de la sensibilité de la réponse mécanique à la vitesse de la sollicitation⁸ ou au temps d'application de la sollicitation mécanique. D'une façon générale, on constate expérimentalement que lorsque plus le matériau solide est proche de sa température de ramollissement ou fusion plus les effets de sa viscosité sont importants. Ainsi, à température ambiante un bitume ou un haut polymère seront bien plus sensibles à la vitesse de sollicitation qu'un acier ou une céramique. Pour les aciers, on admet en général que les effets de la viscosité à température ambiante sont du second ordre.

Définitions

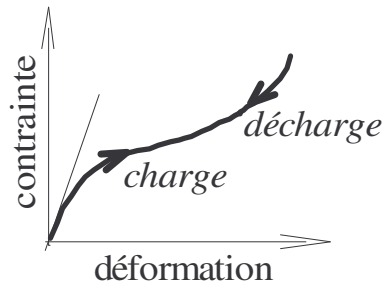
Elasticité : comportement réversible sans dissipation d'énergie, i. e. l'énergie fournie pour déformer le matériau est totalement restituée au déchargement. On peut considérer une relation contrainte-déformation linéaire aux petites déformations. Pour les caoutchoucs et élastomères le comportement élastique peut être non linéaire aux grandes déformations – typiquement au delà de 20 % de déformation.



Comportement élastique linéaire – représenté schématiquement par un ressort

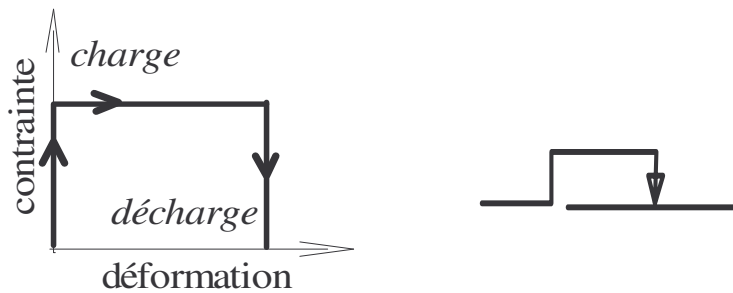
⁷ dans le langage usuel matières plastiques désigne les hauts polymères. En toute rigueur il conviendrait de considérer que matières plastiques désignent les matériaux présentant un comportement plastique et les métaux entreraient dans cette appellation.

⁸ La sollicitation mécanique peut être une déformation imposée ou une contrainte imposée, voire une combinaison des deux.

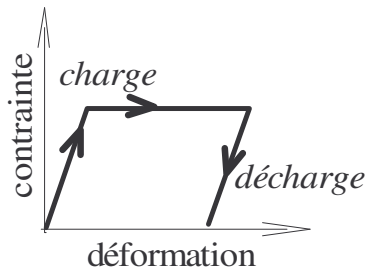


Comportement élastique non linéaire

Plasticité : comportement irréversible avec dissipation d'énergie mécanique ne dépendant pas de la vitesse de sollicitation ou de sa durée d'application. Il y a une déformation résiduelle lorsque la sollicitation mécanique est supprimée.

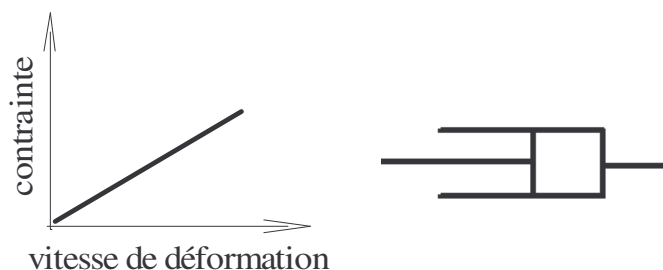


Comportement plastique parfait – représenté schématiquement par un patin (avec frottement)



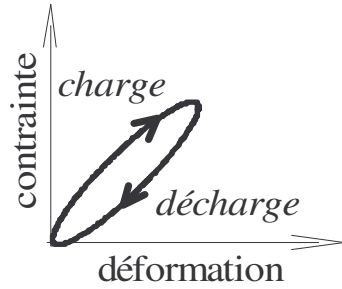
Comportement élastique plastique parfait

Viscosité : comportement de type fluide avec dissipation d'énergie mécanique. L'application d'une contrainte induit une vitesse de déformation et réciproquement. En d'autres termes, si la déformation imposée ne varie plus au cours du temps, toute contrainte tend à disparaître, avec déformation irréversible.



Comportement visqueux linéaire représenté schématiquement par un amortisseur

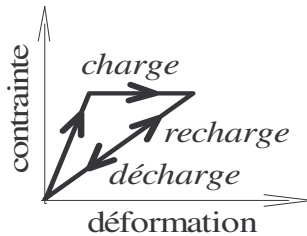
Viscoélasticité : comportement réversible avec dissipation d'énergie mécanique dépendant de la vitesse de sollicitation ou de sa durée d'application. Il n'y a pas de déformation résiduelle lorsque la sollicitation mécanique est supprimée.



Comportement viscoélastique

Viscoplasticité : comportement irréversible avec dissipation d'énergie mécanique dépendant de la vitesse de sollicitation ou de sa durée d'application. Il y a une déformation résiduelle lorsque la sollicitation mécanique est supprimée. Cette déformation résiduelle dépend de l'histoire du chargement.



Endommagement : la sollicitation mécanique engendre une variation des modules d'élasticité, voire de l'anisotropie⁹. C'est typiquement une des composantes du comportement mécanique du béton hydraulique en compression.



Comportement endommageable

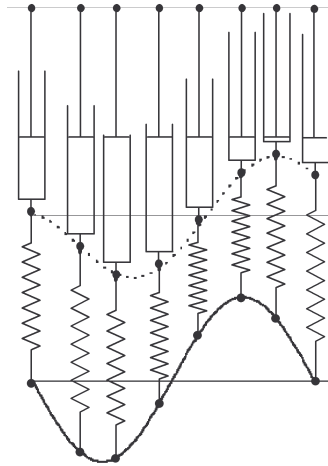
Notions de viscoélasticité

Exemple de modèles simples pour l'analyse du comportement viscoélastique.

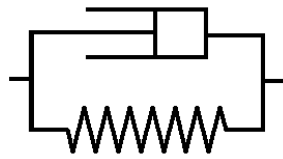
	$F = k x \Leftrightarrow F / S = E (\Delta L / L)$
	$F = k v \Leftrightarrow F / S = \eta \frac{\partial}{\partial t} (\Delta L / L)$



⁹ Anisotropie : opposé à l'isotropie, l'anisotropie se manifeste par une réponse mécanique du matériau qui dépend de la direction de sollicitation.



Modèle rhéologique : élément de Maxwell pour le comportement viscoplastique.



Modèle rhéologique : élément de Kelvin-Voigt pour le comportement viscoélastique.

3. Annexe 2 : notion de thermomécanique

Coefficient de dilatation thermique

Le coefficient de dilatation thermique pour les solides est aussi appelé coefficient de dilatation linéique. Il relie les variations dimensionnelles aux variations de température. Supposons un matériau dont les propriétés sont isotropes et un écart de température ΔT suffisamment faible, on peut alors écrire :

$$\Delta L = \alpha_T L \Delta T = \alpha_T L (T_a - T_0)$$

où ΔL est la variation de longueur, α_T le coefficient de dilatation linéique, L la longueur initiale (à T_0), T_0 la température initiale et T_a la température actuelle. La longueur à la température T_a est $L + \Delta L$. On entend par écart de température suffisamment faible, un écart de température tel que α_T puisse être considéré comme constant (pas de changement de phase...) et que $\Delta L \ll L$.

Dilatation volumique

Considérons un pavé de dimensions L , l et h à la température T_0 . Son volume V à la température T_0 vaut donc $V(T_0) = L l h$. Connaissant T_a et α_T on peut ensuite écrire :

$$V(T_a) = (L + \Delta L) (l + \Delta l) (h + \Delta h) = \\ L l h + L l \Delta h + L \Delta l h + \Delta L l h + L \Delta l \Delta h + \Delta L l \Delta h + \Delta L \Delta l h + \Delta L \Delta l \Delta h$$

On remarque que $L \Delta l \Delta h$, $\Delta L l \Delta h$ et $\Delta L \Delta l h$ sont des termes du deuxième ordre puisque $\Delta L \ll L$, $\Delta l \ll l$, $\Delta h \ll h$ et $\Delta L \Delta l \Delta h$ est un terme du troisième ordre pour les mêmes raisons. On peut donc simplifier l'expression précédente en écrivant

$$V(T_a) \approx L l h + L l \Delta h + L \Delta l h + \Delta L l h$$

En pratique, il est commode d'exprimer la variation de volume ramenée au volume initial. On l'exprimera donc ainsi :

$$\frac{V(T_a) - V(T_0)}{V(T_0)} = \frac{\Delta V}{V} = \frac{(L + \Delta L) (1 + \Delta l) (h + \Delta h) - L l h}{L l h}$$

$$\approx \frac{\Delta L}{L} + \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta h}{h} = 3 \alpha_T \Delta T = 3 \alpha_T (T_a - T_0)$$

Contraintes et déformations d'origine thermiques

Les déformations d'origine thermiques sont dites libres de contraintes, c'est à dire que si le solide qui se dilate le fait librement (aucune force extérieure ne s'y oppose), aucune contrainte n'est générée. Pourtant les dimensions du solide ont changées. Il s'agit donc de faire un "décalage d'origine" des déformations puisque le nouvel état de référence pour le calcul des contraintes doit intégrer les déformations thermiques. Dans le cas de la traction uniaxiale il faudra donc écrire :

$$\sigma = E (\varepsilon - \varepsilon_{th}) = E (\varepsilon - \alpha_T \Delta T)$$

où σ désigne la contrainte, E le module d'Young du matériau, ε la déformation totale et ε_{th} la déformation liée à la variation de température. Dans le cas particulier où le solide est libre de se dilater, la condition $\sigma = 0$ équivaut à dire que la déformation totale vaut simplement $\alpha_T \Delta T$. Dans le cas particulier où toute dilatation est empêchée, la déformation totale est nulle et on en déduit une contrainte $\sigma = -E \alpha_T \Delta T$ dont l'origine est liée à la dilatation thermique et aux conditions aux limites sur l'objet.