

RUPTURE, FATIGUE ET ENDOMMAGEMENT

NOTIONS DE BASE

Christophe Fond

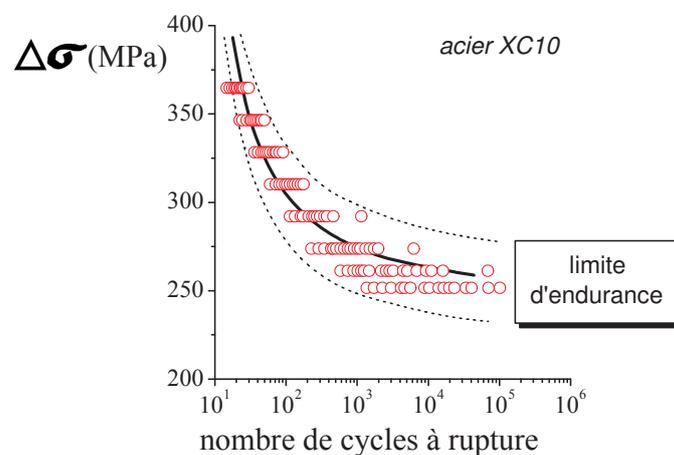
Université de Strasbourg
Christophe.Fond@unistra.fr

Résumé

Ce cours est une introduction aux phénomènes et concepts de rupture, fatigue et endommagement.

Mots clefs : endommagement, rupture, fatigue.

Keywords : fracture, fatigue, damage.



Courbe typique d'endurance, dite de Wöhler, en l'occurrence pour un acier de nuance XC10, i. e. amplitude de sollicitation vs. nombre de cycles à rupture.

Table des matières

1	Introduction	4
1.1	Généralités	4
1.2	Les défauts dans les matériaux	4
1.3	La rupture en traction uniaxiale	6
1.4	L'entaille	7
1.5	Les modes de rupture	8
1.6	Des géométries classiques d'échantillons de rupture	9
1.7	La rupture avec une approche de physique atomique	10
1.8	La rupture avec un critère mécanique simpliste	12
1.8.1	Adimensionnement	12
1.8.2	Les tendances attendues	15
2	Mesures de l'énergie de rupture sans modèle	17
2.1	Approche énergétique des essais de résilience "IZOD" et "CHARPY"	17
2.2	Mesure de J	21
3	Modélisations de la rupture et mesures dépendant d'un modèle	22
3.1	Types de rupture et modélisations	22
3.2	Approche énergétique de Griffith, taux de restitution d'énergie	26
3.2.1	Conventions pour le critère de Griffith	26
3.2.2	Bilan d'énergie en situation quasi-statique	26
3.2.3	Bilan d'énergie en présence d'effets inertiels	28
3.2.4	Condition de chargement	28
3.3	Formalisme de la Mécanique Élastique Linéaire de la Rupture (MELR)	30
3.4	Le facteur d'intensité des contraintes	30
3.5	Dualité K_I et G_I	33
3.6	Contraintes planes et déformations planes	33
3.7	Correction de plasticité : Mécanique Élastique Plastique de la Rupture (MEPR)	36
3.8	Méthodes numériques de calcul en mécanique de la rupture	36
3.9	Stabilité de la propagation	37
3.10	Matériau ductile et matériau fragile	37
3.11	Matériaux hyperfragiles, rupture dynamique et propagation rapide	38
4	Fatigue des matériaux	40
4.1	Sollicitations de fatigue	40
4.2	Mécanismes de fatigue	40
4.3	Essais de fatigue	41
4.3.1	Courbes d'endurance	42

4.4	Loi de type "Paris"	43
4.5	Effet d'une surcharge	44
5	Prévention industrielle de la rupture	44
5.1	Quelques méthodes de détection de fissure	44
5.2	Prévention de la rupture	45
6	Mécanique de l'endommagement	46
6.1	Endommagement mécanique	46
6.2	Approches locales et non locales	46
6.3	Fissuration et perte de raideur	47
6.3.1	Énergie de déformation	47
6.3.2	Questions	48
Annexe A	Quelques valeurs typiques de ténacité	51
Annexe B	Calcul de l'intégrale pour la dualité K - G	51
Annexe C	A propos de l'admissibilité de l'hypothèse de contraintes planes en élasticité linéaire isotrope	52

Préambule

Ce cours est principalement illustré avec des polymères. Ces matériaux présentent la plupart des aspects qu'il convient de présenter pour introduire convenablement un grand nombre de notions essentielles. Ces dernières sont liées à la viscoélasticité et à la viscoplasticité. Il sera indispensable de se reporter à des ouvrages plus complets pour approfondir les notions présentées dans ce cours [1]. Il conviendra aussi de trouver par ailleurs quelques illustrations concernant la rupture des matériaux anisotropes comme le bois ou certains composites à fibres pour élargir les connaissances.

1. Introduction

1.1. Généralités

Les objectifs de la mécanique de la rupture et de l'étude de l'endommagement et la fatigue sont pour l'essentiel :

- caractériser la résistance mécanique d'un matériau (résilience¹, ténacité², endurance...) - estimer la charge de ruine d'une structure contenant des défauts (dimensionnement, fréquence des visites de contrôle, durée de vie résiduelle...),

Dans le premier cas, le domaine de la mécanique des matériaux est essentiellement concerné. Dans le second cas c'est celui de la mécanique des structures. Les notions de bases de la mécanique de la rupture sont aussi utilisées pour l'étude de la tenue en environnement hostile et en fluage.

Il s'agira donc de mettre en relation d'une part la structure avec sa géométrie et ses sollicitations et conditions aux limites et d'autre part le matériau avec sa température et son environnement.

1.2. Les défauts dans les matériaux

Les défauts intrinsèques

Sauf cas exceptionnels, des défauts existent dans les matériaux et font suite à leur élaboration (cavités, criques, retassures, piqûres...). Ils sont généralement dus à des dilatations différentielles d'origine thermique ou physico-chimique et bien souvent liés à la mise en œuvre du matériau.

1. La résilience est le plus souvent mesurée en "choc Charpy" et fournit une information de nature comparative plus que quantitative. L'essai consiste à rompre un échantillon. Elle s'exprime en J/m^2 .

2. La ténacité est mesurée en faisant croître une fissure sans nécessairement rompre totalement l'échantillon. La ténacité est liée au formalisme de la mécanique de la rupture et s'exprime en $MPa\sqrt{m}$.

Les défauts extrinsèques

La plupart du temps les défauts extrinsèques affectent la surface. Les surfaces des objets sont soumises au contact avec d'autres objets. Si l'objet est usiné, les stries d'usinage fragilisent l'objet. S'il est moulé, les imperfections du moule fragilise l'objet manufacturé. La vie de l'objet le soumet aussi à de multiples agressions. Les agressions peuvent être d'origines mécanique mais aussi d'origine chimique ou physique. Il s'ensuit des marques qui génèrent des concentrations de contraintes en surface.

Stratégie vis à vis des défauts

On pourrait penser que chercher à minimiser les défauts constitue l'unique stratégie pour améliorer la résistance mécanique des matériaux. Effectivement, c'est sous ce point de vue que sont abordées des réalisations de nombreuses pièces en alliages métalliques. Mais une autre stratégie consiste à disséminer volontairement des défauts dans le matériau pour ralentir³ la progression des fissures⁴, à l'instar du trou que l'on perce en sommet de fissure à l'échelle de la structure dans une pièce fissurée dont on souhaite prolonger la durée de vie.

Fissuration

Les fissures s'amorcent sur des défauts. Soit ceux-ci pré-existent soit des nuclei nanoscopiques coalescent et les forment. De nombreux ouvrages sont consacrées à ces mécanismes. Il est souvent difficile d'avoir une vision simple et aboutie de ces mécanismes. Les mécanismes de rupture sont très divers et peuvent dépendre de :

- la sollicitation, sa nature, sa vitesse, ...
- la température, il peut même s'agir d'auto-échauffement en fatigue,
- l'environnement : liquide, gaz, rayonnement, ...

Lorsqu'une fissure se propage, elle propage avec elle sa zone de progrès ("*process zone*"). La propagation peut-être contrôlée par l'avancement du sommet de fissure⁵, du sommet de la zone de progrès ou une combinaison des deux.

Il faut considérer deux composantes à l'énergie de rupture : une énergie de création de surface et une énergie dissipée en volume⁶. La proportion de ces quantités d'énergie varie généralement avec la taille de la fissure. L'énergie d'accroissement de surface de rupture est récupérée dans tout le volume de la structure⁷ à laquelle s'ajoute éventuellement le travail des

3. Consommer plus d'énergie pour la propagation du défaut.

4. Voire craquelures pour les polymères.

5. Pour les polymères il faut encore ajouter le sommet de la craquelure.

6. L'énergie dissipée dans le volume de la zone de progrès sera la plupart du temps en mécanique de la rupture affectée à la surface nouvellement créée. $J/m^3 \rightarrow J/m^2$!

7. l'énergie élastique stockée est une énergie libre.

efforts extérieurs. Un rapport volume/surface est donc sous-jacent et quelle que soit l'approche une longueur apparaît.

1.3. La rupture en traction uniaxiale

En général la notion de ductile/fragile est initialement introduite au sens de l'essai de traction uniaxiale. Lorsque l'échantillon testé en traction rompt dès la sortie du domaine d'élasticité on dit que le matériau est fragile. Lorsque l'échantillon rompt après une striction provenant d'un écoulement plastique on dit le matériau ductile. La Fig. 1 montre des comportements *fragiles* (aciers durs, verres, polymères durs, tec.) et *ductiles* (aciers doux, polymères souples, caoutchoucs, etc.) *au sens de l'essai de traction*⁸. Rappelons que l'échantillon est une structure est que l'on cherche le

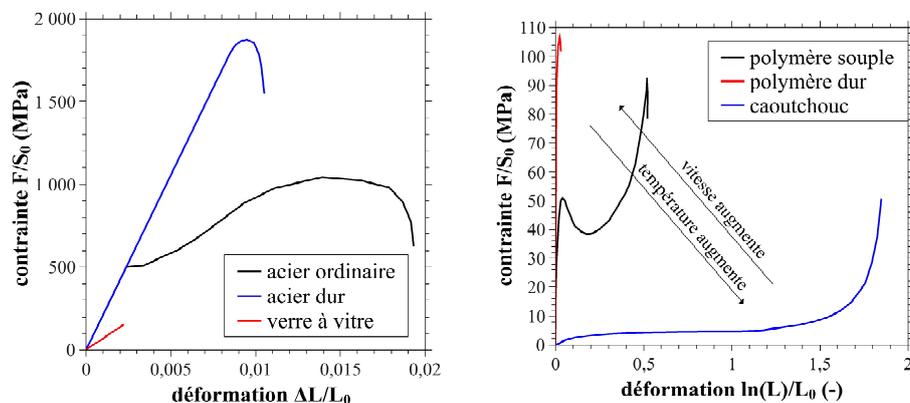


FIGURE 1: Comportement typique en traction uniaxiale d'aciers, verre de silice et polymères.

comportement du matériau en traction uniaxiale. Tant que déformation et contrainte sont uniformes on pourra assimiler le comportement de la structure à celui du matériau⁹. Si une striction apparaît, la déformation varie dans l'échantillon ainsi que la contrainte et il devient difficile de déduire le comportement du matériau à partir de la réponse de la structure. En l'absence de striction, la rupture de l'échantillon s'amorce localement sur un défaut. Au voisinage du défaut, dans la zone de progrès du défaut, le

8. On verra plus loin comment proposer une nouvelle définition de la notion de ductile/fragile au sens de l'essai de rupture.

9. Dans ce cas il suffit d'adimensionner pour obtenir des paramètres indépendants de la taille de la structure et ainsi accéder à des caractéristiques intrinsèques au matériau comme par exemple le module d'Young. En petite déformations, la déformation est obtenue en divisant l'allongement par la longueur initiale et la contrainte en divisant la force par la section initiale.

matériau atteint son comportement ultime¹⁰. La mesure de ce comportement n'est pas directement accessible¹¹. La Fig. 2 illustre la différence qui existe entre le comportement de la structure et celui du matériau. Le com-

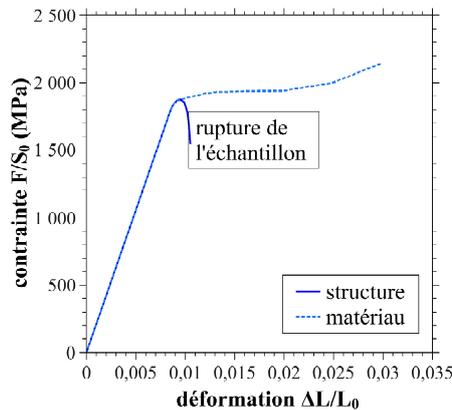


FIGURE 2: Comparaison entre le comportement macroscopique de l'échantillon - comportement d'une structure - et le comportement du matériau qui la compose, i. e. le type de comportement que l'on pourrait, si c'était possible, observer localement au voisinage du défaut microscopique qui va occasionner la ruine de l'échantillon.

portement ultime du matériau est donc rencontré au voisinage des défauts intrinsèques (cavités, criques, microfissures, etc.) et des défauts extrinsèques (strilles d'usinage, rayures, etc.), comme le montre la Fig. 3. Selon la nature et la taille de ces défauts et le comportement intrinsèque du matériau, les ruptures peuvent être rencontrées à différents stades de la sollicitation. Les critères de rupture en contrainte ou déformation ne conviennent donc pas toujours pour prédire la rupture, ceux-ci pouvant présenter une forte dispersion dans le cas des matériaux peu ductiles. Pour tenter d'étudier le comportement ultime des matériaux, il conviendra donc de le faire à partir d'un défaut de taille contrôlée. On utilise pour cela une éprouvette entaillée. Évidemment, la longueur de cette entaille doit être relativement grande comparée à la taille caractéristique de la microstructure et des défauts du matériau.

1.4. L'entaille

On distingue l'entaille de la fissure. L'entaille est créée par usinage, sciage, moulage, fatigue, etc lors de la préparation de l'échantillon. Pour plus de reproductibilité, on peut chercher à contrôler le rayon de courbure du sommet

¹⁰. Notons au passage que la sollicitation locale n'est généralement pas de la traction uniaxiale dans la zone perturbée par le défaut.

¹¹. Pour ce faire on devra utiliser des modèles dans un cadre de "méthode inverse".



FIGURE 3: Rupture en traction uniaxiale. Le blanchiment révèle la présence d'endommagement. Le matériau est un polymère "choc", un "plexyglass", initialement transparent. Les strilles d'usinage sont visibles par l'endommagement qu'elles ont provoqué en surface, le blanchiment y est plus prononcé. La fissure s'est amorcée sur un de ces défauts extrinsèque de surface.

d'entaille. Lorsque le matériau est coupable, on peut préconiser de glisser une lame de rasoir dans l'entaille lorsqu'on cherche à obtenir un rayon de courbure très faible. L'entaille ou pré-fissure obtenue par fatigue, lorsqu'il est possible de l'obtenir, est sans doute le défaut le plus proche de la fissure que l'on souhaite obtenir et propager. Toutefois la propagation ayant eu lieu sous sollicitation cyclique, on pourra lui reprocher que l'histoire du chargement de la fissure pré-existante est différente de celle du test de rupture classiques impliquant presque toujours des chargements monotones croissants. On propose parfois des tests interrompus pour fabriquer l'échantillon mais, à nouveau, on pourra discuter de la décharge de l'échantillon avant le test. La fissure correspond à l'entaille plus sa propagation sous chargement lors de l'essai. La Fig. 4 schématise l'effet qu'un chargement suivi d'un déchargement peut produire en sommet d'entaille ou de fissure pour un matériau élastoplastique. Initialement, le sommet présente déjà une petite zone plastifiée liée à la fabrication de l'entaille ou la pré-fissure. Un chargement suivi d'un déchargement, même sans propagation, a tendance à générer un état de précontrainte de compression du sommet. Par ailleurs, la déformation plastique peut durcir le matériau. L'histoire de chargement du sommet d'entaille ou de fissure, que ce soit sous chargement monotone ou cyclique, peut donc avoir une influence considérable sur le seuil de propagation.

1.5. Les modes de rupture

Il existe trois modes de rupture désignés par I, II et III et visualisés en Fig. 5. La plupart du temps on teste les matériaux en mode I, mode d'ou-

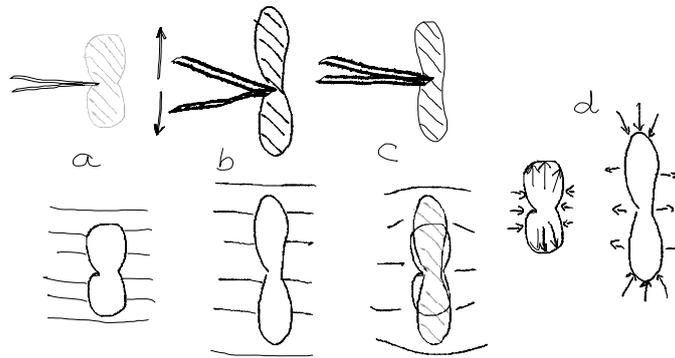


FIGURE 4: (a) Situation initiale libre de contrainte. (b) Ouverture de la fissure, déformation plastique en sommet de fissure. (c) Fermeture de la fissure, le domaine non plastifié tend à reprendre sa forme initiale tandis que la zone plastifiée, donc à déformations résiduelles, tend à prendre une forme qui serait différente dans un état libre de contrainte. (d) Des contraintes internes, auto équilibrées, rendent compatibles les formes initiales et déformées.

verture, car c'est généralement le plus sévère. Les modes II et III font généralement intervenir plus de dissipation plastique en sommet d'entaille/de fissure ce qui rend la propagation plus "difficile". On peut procéder à des tests en modes purs (I pur, II pur ou III pur) ou en modes mixtes (I + II, II + III, I + III, I + II + III).

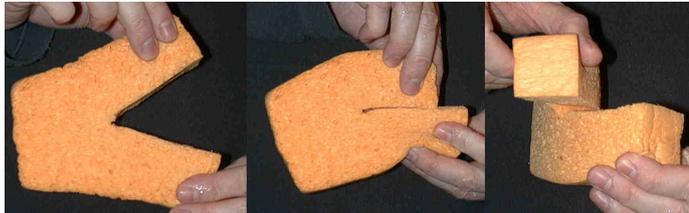


FIGURE 5: Modes de rupture de base, à gauche mode I, au milieu mode II et à droite mode III.

1.6. Des géométries classiques d'échantillons de rupture

La Fig. 6 fournit des exemples d'échantillon de rupture essentiellement pour le mode I, souvent le plus nocif pour le matériau, bien que certaines géométries puissent se prêter à d'autres types de tests. En général on note a ou $2a$ la longueur de l'entaille¹², W la largeur de l'échantillon dans le

12. Ou pré-fissure selon le mode de préparation.

sens de la propagation et B l'épaisseur de l'échantillon. Les dimensions et proportions sont normalisées et peuvent dépendre de la nature du matériau et de ses caractéristiques mécaniques.

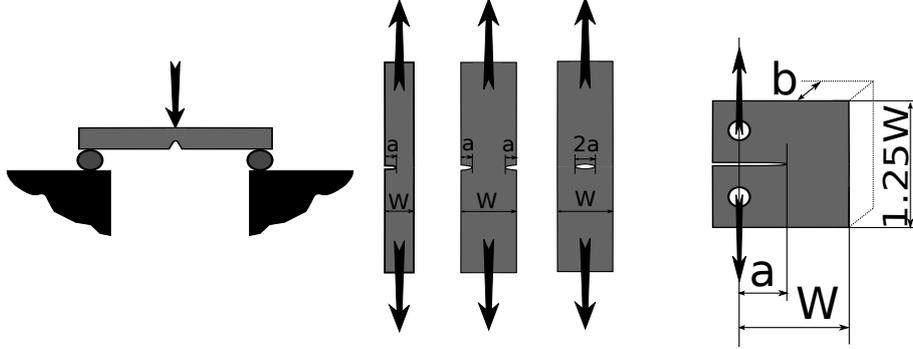


FIGURE 6: Des géométries classiques d'échantillon de rupture pour le mode I. De gauche à droite : flexion 3 points entaillée - single edge notched bending (SENB), traction entaillée au bord - single edge notched (SEN), traction doublement entaillée aux bords - double edge notched (DEN), traction entaillée - notched specimen (NS), compact tension (CT).

1.7. La rupture avec une approche de physique atomique

La rupture résulte de la création d'une nouvelle surface dans le matériau. Tentons d'abord le problème par l'énergie de décohésion à l'échelle atomique. Rappelons que le potentiel des forces entre atomes cumule une force d'attraction et une force de répulsion. Considérons deux atomes à la température $0^\circ K$ (zéro absolu). Appelons d la distance entre les noyaux, fixe en l'absence d'agitation thermique. La loi de Coulomb fournit le potentiel d'attraction pour ces deux atomes : $U_a(d) = \frac{A}{d^n}$ où U_a est une énergie potentielle, A est une constante négative qui dépend des charges électriques de signe contraire et n est généralement compris entre 5 et 9. La force attractive tend vers 0 lorsque les atomes sont éloignés. Cette force vaut $F_a(d) = \frac{\partial U_a(d)}{\partial d} = \frac{-nA}{d^{n+1}}$ puisque $U_a(d) = -\int_{\infty}^d F_a(x)dx$ de sorte que $U_a \rightarrow 0$ quand $d \rightarrow \infty$. L'interpénétration des "nuages électroniques" produit une force de répulsion dont le potentiel vaut $U_r(d) = \frac{B}{d^m}$ où U_r est aussi une énergie potentielle, B est une constante positive qui dépend du nombre de protons et d'électrons et m est supérieur à n , généralement compris entre 6 et 9 pour la liaison métallique et entre 9 et 11 pour les liaisons ionique, covalente ou de type van der Waals. La force de répulsion associée à U_r vaut $F_r(d) = \frac{\partial U_r(d)}{\partial d} = \frac{-mB}{d^{m+1}}$. On obtient donc $U(d) = \frac{A}{d^n} + \frac{B}{d^m}$ et $F(d) = \frac{-nA}{d^{n+1}} + \frac{-mB}{d^{m+1}}$. L'équilibre parfait des forces d'attraction et de répulsion s'exprime par $F(d_0) = 0$ ce qui correspond à la valeur minimale de $U(d_0)$ notée U_0 . d_0 est la distance inter atomique à l'équilibre. U_0 est l'énergie de cohésion ou enthalpie de sublimation ; c'est l'énergie à fournir pour éloigner les deux atomes d'une distance d telle que $d \gg r$.

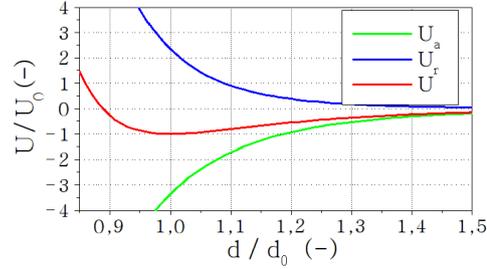


FIGURE 7: Potentiels d'attraction, de répulsion et potentiels d'attraction et de répulsion cumulés.

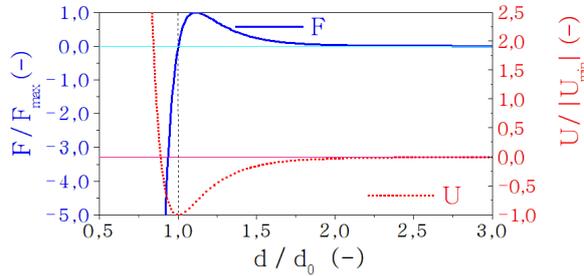


FIGURE 8: Potentiels d'attraction et répulsion cumulés, force résultante et distance à l'équilibre.

Imaginons que la nouvelle surface se forme par séparation des deux plans d'atomes. Nous connaissons l'énergie potentielle à l'équilibre et la force de séparation. Il suffit donc d'évaluer la surface à affecter à chaque atome pour en déduire l'énergie de rupture γ_R par quantité de m^2 et la contrainte de séparation $\sigma_{sép.}$. Cela donne typiquement, pour des métaux de module d'Young E , $\gamma_R \approx E * 10^{-10}m$ et $\sigma_{sép.} \approx E/3$, c'est à dire $20J/m^2$ et plus de $70GPa$. Cependant, l'expérience fournit d'autres valeurs. L'énergie de rupture d'un acier est de l'ordre de $40KJ/m^2$ et la contrainte maximale macroscopique en traction de l'ordre $0.5GPa$. **Ce n'est donc pas la bonne approche.** En effet, des mécanismes plus complexes émergent à des échelles supérieures, notamment les mouvements de dislocations [8]. Ces mouvements coopératifs permettent de faire un glissement dans un plan d'atomes pour des niveaux

de contrainte bien moindres que la contrainte de séparation. Tous ces mouvements de dislocation finissent par dissiper beaucoup plus d'énergie que celle théoriquement nécessaire à la stricte séparation de deux plans d'atomes. La Fig. 9 illustre comment des glissements de plans peuvent permettre d'accroître une fissure.

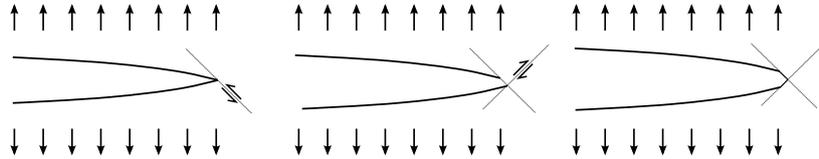


FIGURE 9: Mécanisme d'accroissement de fissure par glissements successifs de plans.

Dans les matériaux autres que les métaux, d'autres mécanismes que les mouvements de dislocations émergent aussi à des échelles supérieures à celle des atomes et les effets résultants sont équivalents.

1.8. La rupture avec un critère mécanique simpliste

1.8.1. Adimensionnement

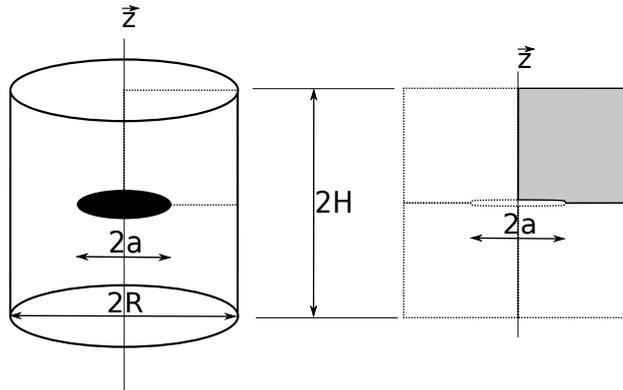


FIGURE 10: Modèle axisymétrique d'une fissure en forme de sou montrant que l'on peut ne considérer que la moitié de la géométrie par raison de symétrie. Le cylindre est généré par rotation autour de l'axe z .

La première idée qui vient généralement à l'esprit du mécanicien non encore initié à la mécanique de la rupture est d'appliquer un critère tel qu'une déformation critique ou une contrainte critique en sommet d'entaille afin de prédire la propagation d'une fissure. Pour construire un raisonnement il convient de rappeler qu'un problème de mécanique peut être adimensionné, pour une structure de forme donnée, dès que les conditions aux limites peuvent être exprimées en contrainte ou en déformation¹³. En effet,

¹³. Déformation au sens large avec des conditions aux limites en déplacements sont

dans cette situation, pour une forme donnée, les contraintes seront identiquement distribuées quelle que soit la taille de la structure. Considérons par exemple un cylindre contenant une fissure en forme de sou comme schématisé en Fig. 10. Ce cylindre peut être soumis à une traction uniaxiale. Deux types de conditions aux limites sont envisagées :

- conditions aux limites en contrainte : les faces plates supérieures et inférieures sont soumises à une contrainte de traction uniforme désignée par σ^∞ ,

- conditions aux limites en déplacements : les faces plates supérieures et inférieures sont soumises à un déplacement uniforme, positif en partie supérieure et son opposé en partie inférieure et ces déplacements sont proportionnels à H , déplacements désignés par $u_z^\infty = \pm H\epsilon^\infty$.

Paramètre	Désignation	valeur	commentaire
Module d'Young	E	$2.1 \cdot 10^{11}$ [Pa]	module d'élasticité en traction uniaxiale
Coefficient de Poisson	ν	0.33 [-]	matériau isotrope
Limite élastique	ϵ_y	0.002 [-]	correspond à 420 [MPa]
Dimensions	H	x [m]	hauteur du modèle
	R	x [m]	largeur du modèle
Déplacement imposé	u_z	$0.001 * H$ [m]	$\epsilon_y/2$
longueur de fissure	a	$0.2H$ à $0.8H$ [m]	variable

TABLE 1: Paramètres de la simulation par éléments finis.

Les faces courbées par la déformation des Fig. 11 et 12 sont libres de contrainte. Pour notre exemple, nous fixons $R = H$. En l'absence de défaut dans le cylindre, ce qui en ferait un barreau cylindre idéal, l'état de contrainte et de déformation seraient uniformes avec $\sigma^\infty = E\epsilon^\infty$ où E désigne le module d'Young du matériau. Toutes proportions gardées, en présence d'un défaut, en l'occurrence une fissure en forme de sou de rayon a avec même valeur de a/H , la distribution des champs mécaniques tels que ceux des Fig. 11 et 12 sera la même quelle que soit H . En d'autres termes, les cartes d'isovaleurs des champs mécaniques seront les mêmes à une homothétie près. En particulier, la taille du domaine plastifié en sommet de fissure, visible en Fig. 13, sera homothétique à la taille de la structure. La déformation plastique moyenne dans ce domaine est indépendante de la taille de la structure.

Lorsque la fissure en forme de sou est de très petite taille devant la taille du cylindre qui la contient, i. e. $a \ll H$ et $a \ll R$, alors l'interaction mécanique avec les frontières du cylindre est négligeable et l'on peut assimiler ce

proportionnels à la taille de la structure de sorte que la déformation moyenne ne dépend pas de la taille de la structure.

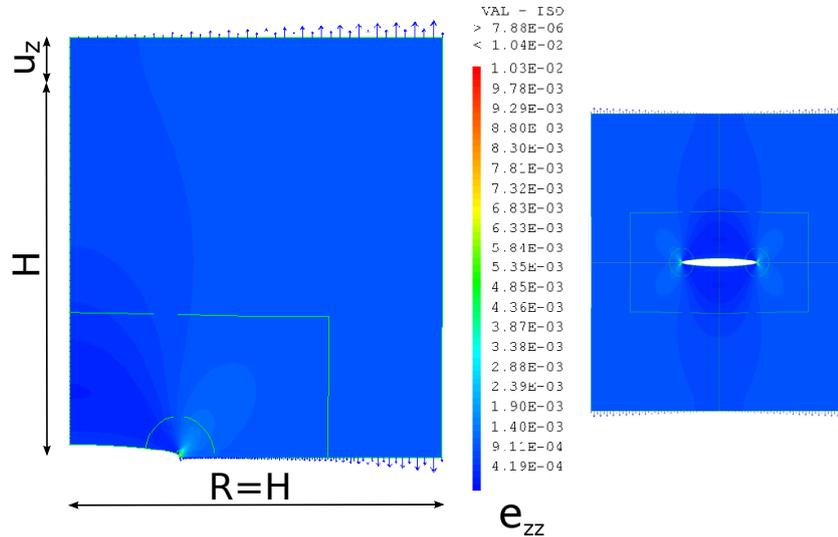


FIGURE 11: Modèle axisymétrique par éléments finis en élastoplasticité pour un comportement matériau de type acier et une fissure en forme de sou dans un cylindre. On visualise ici la distribution des déformations ϵ_{zz} dans la direction de traction. Les déplacements imposés aux frontières sont tels que la déformation moyenne vaut 0.001, en l'occurrence la moitié de la limite d'élasticité en déformation. À droite est montré comment il faut disposer les "miroirs" pour recomposer une coupe centrale de la totalité de la structure. La déformée est amplifiée 100 fois.

problème au problème d'une fissure en forme de sou en milieu infini. La taille de la "structure" est alors définie par la taille de la fissure en forme de sou a . L'épaisseur et la largeur de la zone plastique sont alors proportionnelles à a . La longueur de la ligne de front de fissure vaut $2\pi a$. Le volume de la zone plastique est donc proportionnel à $a * a * 2\pi a$. Si la fissure se propageait avec un critère en contrainte ou en déformation ne dépendant que du matériau, l'énergie dissipée en plasticité au moment de la propagation serait donc proportionnelle à a^3 puisque la distribution des champs mécaniques serait toujours la même, toujours homothétiques à la taille de la structure donc de la fissure. Dans cette situation, on pourrait s'attendre à voir l'énergie nécessaire à la propagation de la fissure augmenter avec la taille de la fissure. C'est ce que montre la Fig. 14 issue d'un calcul par éléments finis pour lequel les paramètres géométriques sont $H = R = 0.1m$ et $a/H \in [0.3, 0.4]$, figure qu'il faut toutefois analyser avec un peu d'indulgence puisqu'il s'agit d'une modélisation numérique en milieu fini. En pratique, on ne constate pas que l'énergie dissipée est proportionnelle à a^3 . **Ce n'est donc pas non plus la bonne approche.**

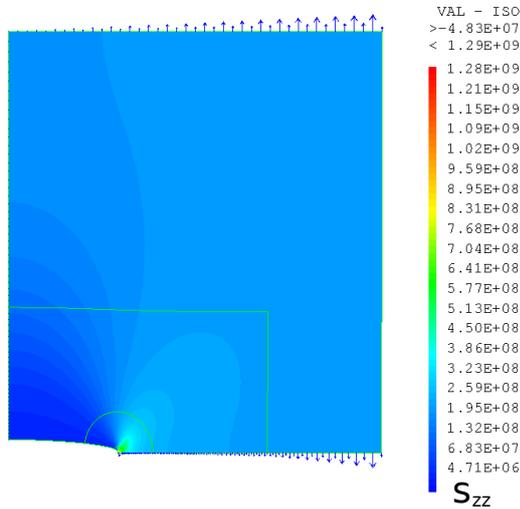


FIGURE 12: Modèle axisymétrique par éléments finis en élastoplasticité pour un comportement matériau de type acier et une fissure en forme de sou dans un cylindre. On visualise ici la distribution des contraintes σ_{zz} dans la direction de traction. La déformée est amplifiée 100 fois.

1.8.2. Les tendances attendues

Nous venons d'imaginer sans succès des critères simples basés sur l'énergie de séparation des atomes et une déformation critique. Nonobstant, compte tenu de ces analyses "physiciennes" et "mécaniciennes", au moins pour un matériau homogène et isotrope, on peut donc s'attendre à ce que l'énergie nécessaire pour accroître une surface de rupture connaissent deux régimes. Aux petites échelles, l'énergie dissipée dans le volume par plasticité et/ou endommagement dans la zone de croissance de fissure serait relativement petite devant celle nécessaire à la création de surface, celle-ci étant a priori supposée une constante du matériau. L'énergie de rupture devrait donc y être une constante exprimée en J/m^2 . À des échelles plus grandes, l'énergie nécessaire, ramenée au m^2 , devrait croître avec la taille de la fissure¹⁴. La transition de régime pourrait définir une "longueur interne" du matériau.

Il est certain que la conservation de l'énergie devra être vérifiée et ceci à tout instant et non seulement entre l'état initial envisagé et l'état final envisagé¹⁵. D'autre part, pour que le processus d'accroissement puisse

14. Ce sera le cas de la courbe "J-R", "J-Resistance curve".

15. Il est parfois difficile, voire impossible, de mettre convenablement en équation des états intermédiaires dans la modélisation de l'apparition de l'endommagement par fissu-

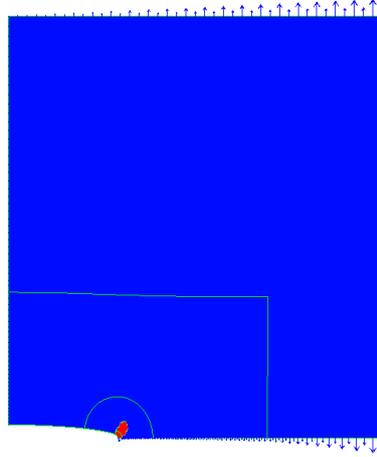


FIGURE 13: Modèle axisymétrique par éléments finis en élastoplasticité pour un comportement de type acier d'une fissure en forme de sou. On visualise ici la forme de la zone plastique.

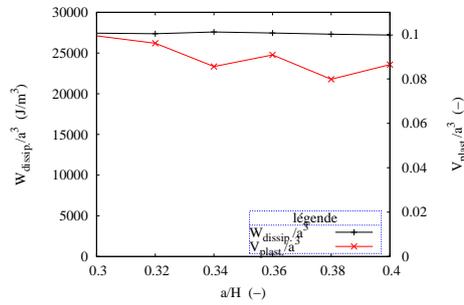


FIGURE 14: Énergie dissipée par déformation plastique dans le volume et volume plastifiés normés par la taille de la fissure.

avoir lieu, il faudra probablement que la matière soit suffisamment sollicitée pour rendre possible le déclenchement du ou des mécanisme(s) de dissipation/propagation. En d'autres termes, un critère peut en cacher un autre, ou plusieurs autres, et celui qui est prépondérant à une échelle donnée peut être systématiquement satisfait à une autre échelle, échelle à laquelle prédomine un autre critère. Ces critères peuvent s'avérer en pratique plus complexes que ceux envisagés ici en première approche. En effet, bien d'autres paramètres

ration.

peuvent intervenir. En particulier la vitesse de déformation qui accompagne l'accroissement de fissure et qui affecte le comportement viscoélastique et/ou viscoplastique peut considérablement influencer la dissipation d'énergie de propagation de fissure. En pratique, les matériaux ont montré qu'ils réservent bien des surprises au comportement à la rupture et, sans recours à l'expérimentation, il est illusoire d'espérer prédire convenablement le comportement à la rupture d'un matériau.

Remarquons aussi que la mécanique des milieux continus (M. M. C.) permet d'étudier la rupture à de petites échelles mais atteint ses limites généralement vers typiquement $10^{-8}m$ ¹⁶. En aucun cas elle ne fournit un outil totalement suffisant pour traiter de façon satisfaisante l'apparition d'un défaut (crique, cavité, microfissure, craquelure, endommagement...) à partir d'un milieu sans défaut, même en prenant soin d'y intégrer des forces considérables aux échelles nanoscopiques telles que par exemple la tension de surface.

2. Mesures de l'énergie de rupture sans modèle

2.1. Approche énergétique des essais de résilience "IZOD" et "CHARPY"

Le test consiste à lâcher un marteau monté sur un pendule qui vient frapper l'échantillon. Les échantillons peuvent être entaillés en "U" ou en "V", non entaillés. Il est possible de retourner l'échantillon pour effectuer un test "entaillé inversé", le marteau venant frapper dans l'entaille. Des normes existent pour ce test et celles-ci varient selon les matériaux. Selon la façon dont l'échantillon est maintenu, on parle de test Charpy - flexion 3 points -, ou de test Izod - échantillon encastré à la base. Sur le plan inertiel, le test Charpy présente une symétrie contrairement au test Izod. L'énergie fournie par le dispositif doit permettre de fournir une énergie suffisante pour rompre totalement l'échantillon.

Le centre de gravité de la masse tombante m tombe d'une hauteur h et remonte à une hauteur h' qui est relevée par l'appareil. Au moment de l'impact, l'énergie potentielle $U_p = mgh$ a été transformé en énergie cinétique, on déduit donc de la conservation de l'énergie, i. e. $\frac{1}{2}mv^2 = mgh$, que la vitesse maximale en début de chargement de l'échantillon vaut $v = \sqrt{2gh}$ où g est l'accélération de la pesanteur. La demi-surface¹⁷ créée vaut $A = B(w-a)$ où B est l'épaisseur de l'échantillon, w sa largeur et a la longueur de l'entaille. L'énergie cinétique $U_{cin.}$ est a priori inconnue en fin de test et considérée négligeable, i. e. $U_{cin.} \approx 0$. De même, l'énergie dissipée en plasticité en compression au niveau des appuis est la plupart du temps non quantifiée et

16. Évidemment très variable selon la ou les dimension(s) caractéristique(s) de la ou les microstructure(s) du matériau.

17. La surface du plan de rupture correspond à la demi-surface créée, celle-ci comptant les deux côtés de la fissure créée.

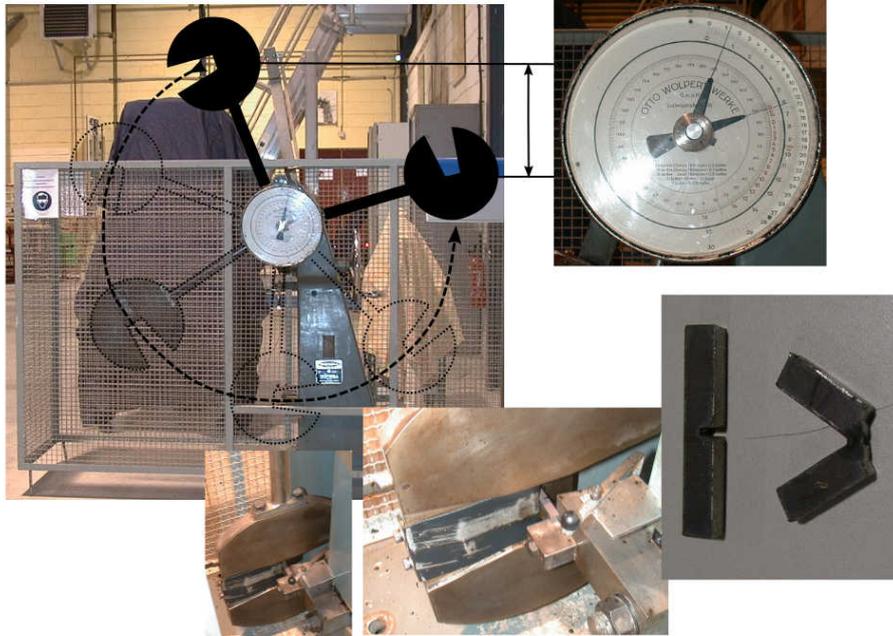


FIGURE 15: Mouton-pendule de Charpy d'énergie 300 Joules. En bas à droite un échantillon d'acier doux de section 1cm x 1cm, longueur 6 cm qui a nécessité 124 Joules pour être presque totalement rompu comme l'indique le cadran en haut à droite.

négligée. La différence d'énergie potentielle de la masse tombante est simplement obtenue. On obtient donc pour l'énergie de rupture :

$$\Gamma_R = \frac{mg(h - h')}{B(w - a)} \quad (1)$$

Le choix optimal de m et h s'effectue selon le compromis suivant :

- mgh suffisamment grand pour rompre totalement l'échantillon,
- m suffisamment petit pour avoir une précision suffisante sur la lecture de différence $h - h'$,
- m suffisamment grand pour que la vitesse de sollicitation varie le moins possible durant le chargement, $\sqrt{2gh} - \sqrt{2gh'} \ll v$.

La Fig. 17 montre des échantillons rompus par choc IZOD et CHARPY. La surface comptée est la surface projetée dans le plan de fissuration, $B(W - a)$. Il apparaît que la surface projetée peut ne pas correspondre au trajet de fissure. Pour un matériau très ductile, les deux moitiés de l'échantillon peuvent rester assemblées par un ligament non rompu. Dans ce cas, le test peut parfois être considéré satisfaisant car le matériau est suffisamment ductile.

La Fig. 18 illustre les résultats typiques que l'on peut obtenir pour un ma-

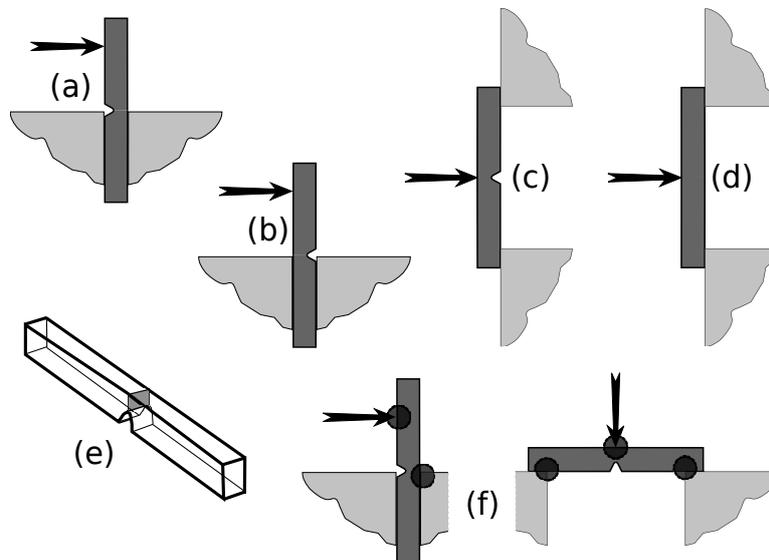


FIGURE 16: (a) Test IZOD entaillé, (b) test IZOD entaillé inversé, (c) test CHARPY entaillé, test CHARPY non entaillé. (e) Visualisation de la surface qui sera considérée comme surface créée. (f) Domaines susceptibles de dissiper de l'énergie en plasticité/endommagement en compression.



FIGURE 17: Echantillons rompus par choc IZOD (polystyrène à gauche) et CHARPY (acier doux à droite).

tériau fragile, en l'occurrence du polystyrène pur transparent de la Fig. 17. Remarquons que lorsque la fissure doit se propager depuis la surface de l'échantillon (échantillon placé de façon inversée, l'entaille tendant à se refermer) les résultats sont beaucoup plus dispersés et l'énergie mesurée est bien plus grande. Notons que la dispersion dans les résultats de mesure est aussi un résultat de mesure ...

Un des inconvénients de ce type de mesure est l'analyse globale de l'énergie sur toute la surface de rupture. En effet, l'énergie nécessaire à l'amorçage de la propagation est mesurée avec celle nécessaire pour l'entretenir et celles-ci peuvent considérablement différer. Par ailleurs, l'énergie de rupture peut varier avec la vitesse de propagation de la fissure dans les matériaux viscoplastiques et cette vitesse peut varier pendant le test. La Fig. 19 montre les différents aspects que l'endommagement a pu prendre dans la zone de progrès de la fissure tout au long de la propagation de la fissure entre l'amorçage et la rupture complète. Le blanchiment, qui révèle l'endommagement dans le

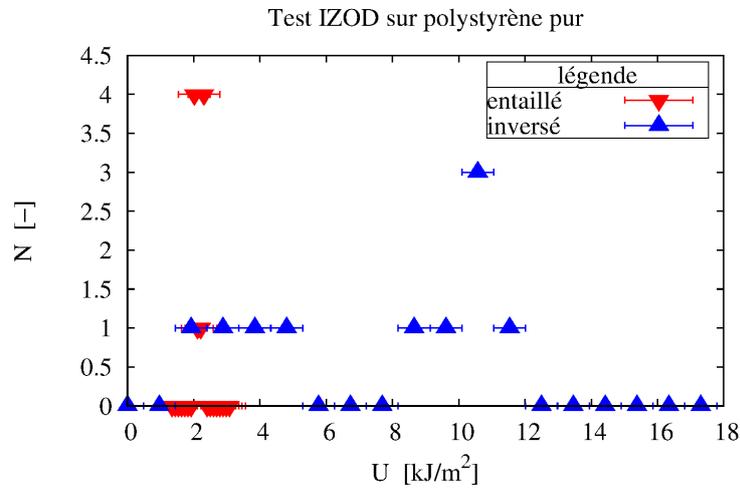


FIGURE 18: Résultats de tests IZOD, nombre d'échantillons entaillés ou entaillés inversés rompus en fonction de la plage d'énergie de rupture.

volume, ainsi que la rugosité de la surface de rupture sont variables.

Néanmoins, les tests CHARPY et IZOD demeurent très appréciés dans les laboratoires où l'on invente de nouveaux matériaux à titres de tests comparatifs, "tout étant égal par ailleurs". En effet, ils sont très commodes pour comparer les valeurs de l'énergie de rupture relatives à différentes variantes de formulations même s'ils conviennent généralement peu pour obtenir une valeur absolue de l'énergie de rupture.

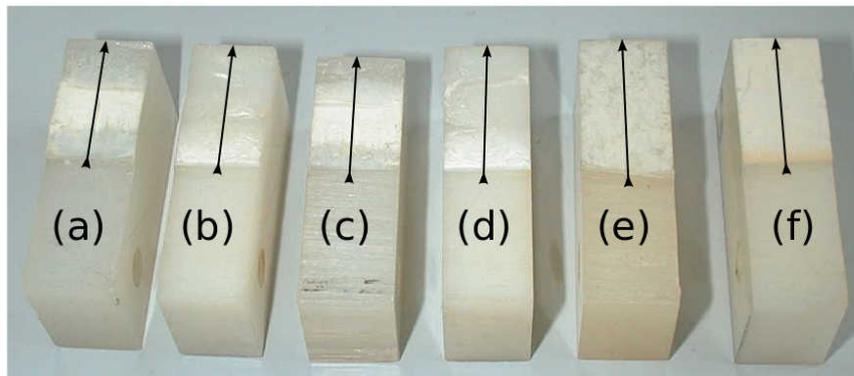


FIGURE 19: Surfaces de rupture post mortem montrant les différents aspects que l'endommagement a pu prendre lors d'un test tout au long de la propagation de la fissure entre l'amorçage et la rupture complète.

2.2. Mesure de J

Des déformations inélastiques accompagnent le sommet de fissure dans sa propagation pour former une zone dite "plastique". Cette zone de dissipation peut changer de taille avec divers paramètres tels que la longueur de fissure, la proximité d'un bord, la vitesse de sollicitation, la vitesse de fissuration, une variation de température, etc. Pour de nombreux matériaux métalliques, cette zone augmente avec la longueur de fissure et l'énergie consommée par la fissuration aussi. On cherche donc à mesurer la courbe de résistance ("J-Resistance curve") au cours de la propagation. Une méthode simple consiste

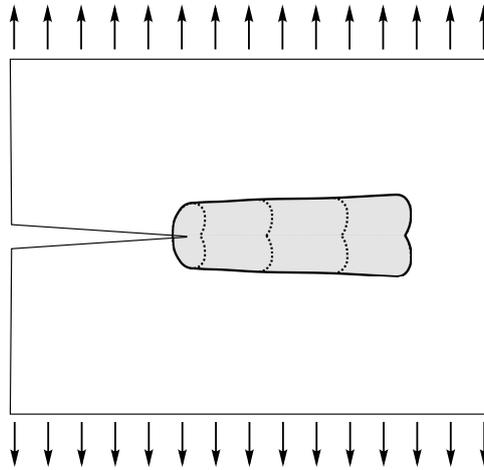


FIGURE 20: Propagation d'une zone "plastique" en sommet de fissure pour un matériau ductile.

à effectuer des déchargements pour estimer l'énergie qui a été consommée pour une longueur de propagation donnée. Il convient de décharger le moins possible afin d'éviter "d'écraser" la zone "plastique" en décharge, selon le mécanisme décrit en Fig. 4. Souvent une décharge partielle suffit pour estimer la pente correspondant à la raideur de l'échantillon comme le montrent les Fig. 21 et 22. Par ailleurs, comme on le verra au chapitre 3.6, la triaxialité des contraintes peut courber le sommet de fissure (voir Fig. 25) et rendre sa position difficile à définir dans un modèle à deux dimensions. La Fig. 24 correspond aux données expérimentales des Fig. 22 de gauche et droite. Elle illustre le calcul de l'énergie dissipée selon le calcul des aires décrit en Fig. 21 pour estimer l'énergie consommée par la propagation. Le suivi du sommet de fissure est indispensable pour estimer les quantités correspondantes de surface créées. Le résultat, qui peut être surprenant pour un métallurgiste habitué à des courbes croissantes de type "J-R", est lié à la vitesse de propagation. En effet, certains matériaux tels que le PMMA choc présentent des comportements atypiques d'évolution de la zone de progrès de fissure comme le montre la Fig. 23 où l'on voit une diminution de la zone endommagée qui accompagne le sommet de fissure. Ceci est lié à la vitesse de propagation

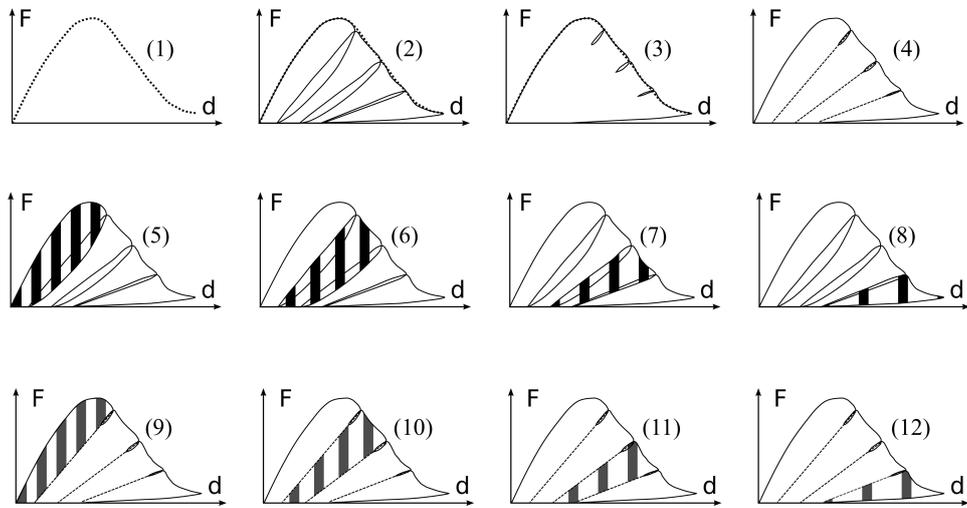


FIGURE 21: (1) Courbes force vs. déplacement avec propagation de fissure. (2) à (11) Courbes force vs. déplacement avec propagation de fissure et déchargements.

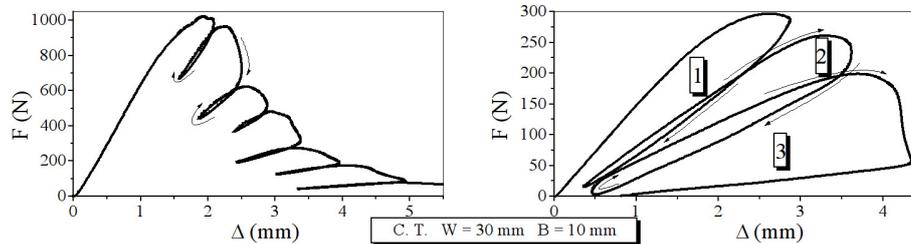


FIGURE 22: Courbes force vs. déplacement de chargements avec propagations de fissure et déchargements d'une éprouvette de type C.T. en PMMA "choc".

qui varie considérablement. Quoique certains auteurs prétendent, la vitesse de propagation est un paramètre observable mais non contrôlable.

3. Modélisations de la rupture et mesures dépendant d'un modèle

3.1. Types de rupture et modélisations

D'une façon générale, on cherchera à considérer la surface créée. S'il y a dissipation d'énergie dans le volume au voisinage des lèvres de fissure, dans la mesure du possible l'énergie de fissuration sera affectée à la surface créée. Sauf cas particulier, c'est la projection de la surface sur un plan qui sera

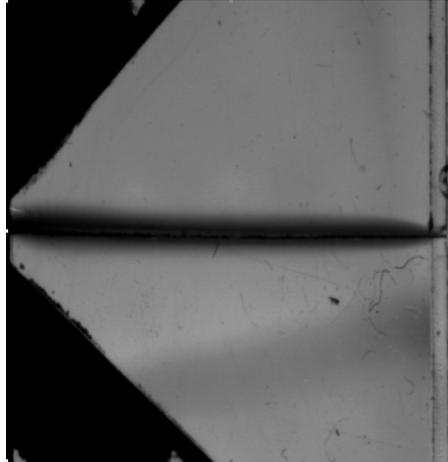


FIGURE 23: Visualisation de la zone de progrès de fissure, "process zone". L'endommagement est lié à la propagation de fissure et précède le sommet de fissure. Le matériau initialement transparent est blanchi en lumière rétrodiffusée. Ici, en lumière transmise, il apparaît plus sombre. En effet, la lumière est diffusée par l'endommagement par cavitation lors de la traversée de l'échantillon.

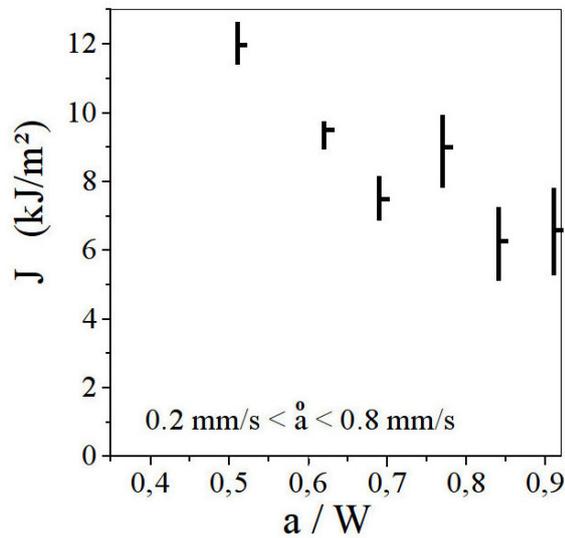


FIGURE 24: Valeurs de l'énergie de rupture en fonction de la longueur de fissure. L'énergie consommée correspond à l'aire sous la courbe force vs. déplacement des Fig. 22.

quantifiée et la rugosité ne sera pas prise en compte¹⁸. Tant que le volume

¹⁸. Il y a quelques exceptions à cette règle, notamment dans certains cas de fissuration dynamique [6] [12] [10] [11].

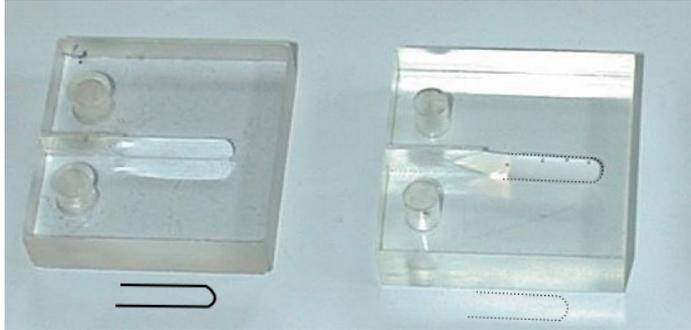


FIGURE 25: Sommets de fissure courbes visualisés dans des échantillons transparents. La courbure résulte de la triaxialité des contraintes.

de forte dissipation accompagnant le sommet de fissure (qu'on appellera zone de progrès ou "process zone") est suffisamment confiné, le point de vue d'affecter l'énergie de rupture à des m^2 fournit un modèle satisfaisant dans la plupart des cas. La Fig. 26 montre différents niveaux de confinement de la zone de progrès. Par abus de langage, on parlera de plasticité pour les mécanismes dissipatifs quels qu'ils soient. Typiquement pour les cas (a) et (b) il s'agira de *plasticité confinée*. Les cas (c) et (d) seront classés dans le registre *plasticité confinée étendue*. Les cas (e) et (f) sont à classer en *plasticité généralisée*. Les 26(e) et Fig. 27 illustrent des cas de *rupture en grandes déformations* qui nécessitent d'utiliser le formalisme des transformations finies.

- plasticité confinée, notation G en J/m^2 : on peut utiliser les solutions issues de l'élasticité linéaire car les zones où sont apparues des non linéarités de comportement sont suffisamment confinées pour ne pas perturber considérablement les champs prédits par la théorie de l'élasticité. Ces champs permettent de connaître la sollicitation du matériau en sommet de fissure,
- plasticité confinée étendue, notation G ou J en J/m^2 : comme pour le cas précédent, on peut continuer à utiliser les solutions issues de l'élasticité linéaire mais il faut considérer une fissure un peu plus grande (*correction de plasticité*) car le sommet de fissure est plus "ouvert" qu'en élasticité,
- plasticité généralisée, notation J ou T en J/m^2 : sauf cas très particulier, les solutions analytiques de référence sont hors d'atteinte et il faut se tourner vers les outils numériques pour aborder la modélisation. Il s'agit de décrire convenablement le champ de sollicitation qui sollicite la zone de progrès,
- rupture en grandes déformations, notation T en J/m^2 : sauf cas très particulier, les solutions analytiques de référence sont hors d'atteinte et il faut se tourner vers les outils numériques de la thermomécanique des transforma-

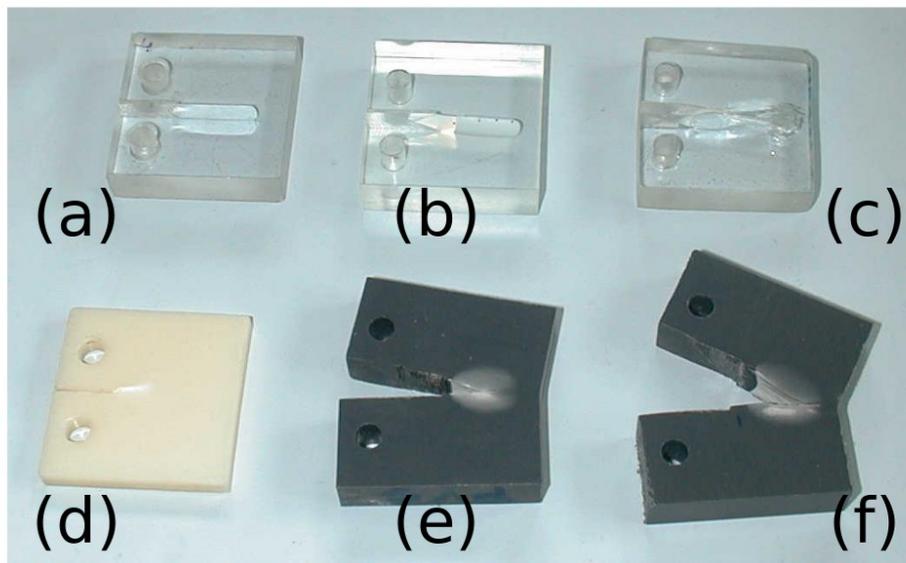


FIGURE 26: Quelques différents type de zone de progrès de fissure typiquement rencontrés.

tions finies et des comportements non linéaires pour aborder la modélisation. Il s'agit de décrire convenablement le champ qui sollicite la zone de progrès.



FIGURE 27: Déformations de l'entaille pour une feuille de caoutchouc au noir de carbone, ouverture de gauche à droite puis déchargement quasiment élastique.

3.2. Approche énergétique de Griffith, taux de restitution d'énergie

3.2.1. Conventions pour le critère de Griffith

Paramètre	Désignation	Dimension	commentaire
Potentiel des efforts extérieurs	E_{ext}	J	négatif lorsque l'extérieur fournit de l'énergie au système énergie stockée par la déformation élastique
Potentiel des efforts intérieurs	E_{int}	J	
Énergie de rupture	Γ_R	J/m^2	terme toujours positif ou nul paramètre matériau
Taux de restitution d'énergie	G, G_C	J/m^2	terme toujours positif ou nul paramètre structure et sollicitation
Surface de rupture	\mathcal{A}	m^2	terme toujours positif ou nul en général surface projetée dans un plan

TABLE 2: Désignations pour le bilan d'énergie de Griffith.

Considérons les cas idéaux de la Fig. 28 et faisons un bilan d'énergie en supposant le comportement élastique linéaire du matériau et aucune autre source de consommation d'énergie que la fissuration. La compliance c de l'échantillon relie la force appliquée F à l'ouverture de fissure d par $F = cd$. La compliance dépend de la longueur d'entaille ou de fissure de sorte que $F_1 = c(a)d_1 = c(a + \delta a)d_2$ et $F_2 = c(a + \delta a)d_1$. La compliance décroît avec la longueur de fissure a . Dans le cas à force constante il y a un travail des efforts extérieurs non nul pendant la propagation puisque la fissure s'ouvre en augmentant sa longueur. À déplacements constants les efforts extérieurs ne travaillent pas. Si B désigne l'épaisseur de l'échantillon plan alors $\delta\mathcal{A} = B\delta a$ fournit la quantité de m^2 de surface créée pendant la propagation.

3.2.2. Bilan d'énergie en situation quasi-statique

- quantité de surface créée : $\mathcal{A} = 2B\Delta a$

la surface de propagation \mathcal{A} est projetée sur le plan de propagation, la rugosité n'est pas prise en compte¹⁹.

- énergie de création de surface : $\Gamma_R\Delta\mathcal{A}$

où $\Gamma_R = 2\Gamma_s + G_{dzp}$, Γ_s désignant l'énergie de surface²⁰ et G_{dzp} désignant l'énergie dissipée dans la zone de progrès, généralement sous forme plastique.

19. Remarquons ici que l'évaluation de la quantité totale de surface incluant la rugosité n'est pas une mince affaire puisque la quantité de m^2 vue par une sonde explorant la surface est d'autant plus grande que la sonde est petite...

20. Γ_s peut être fortement lié à la tension de surface γ_s exprimée en J/m^2 ou en N/m .

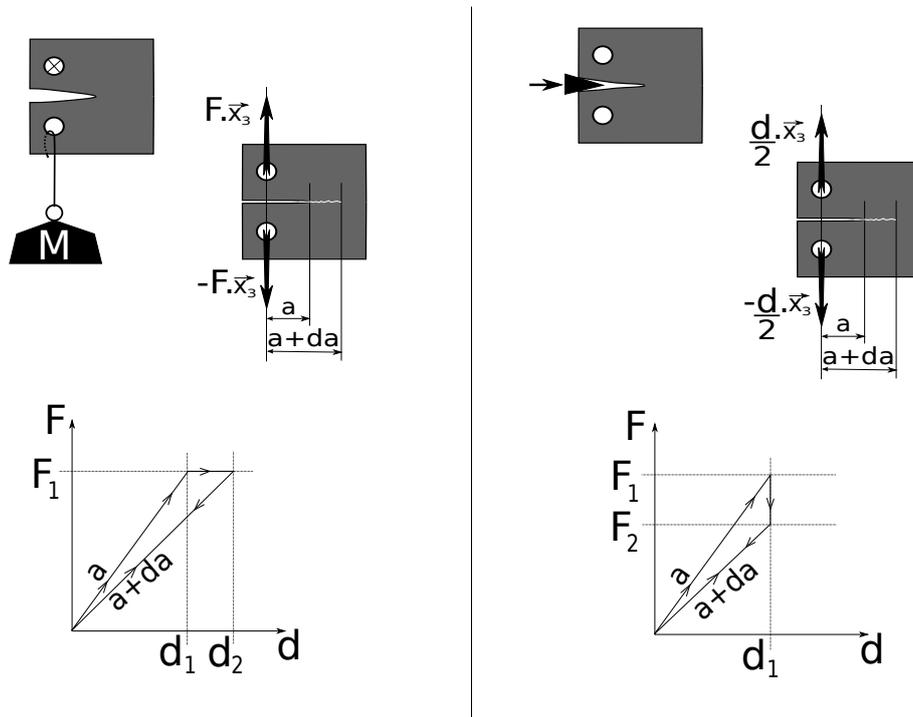


FIGURE 28: Dépendance aux conditions aux limites. À gauche force constante imposée et à droite déplacements constants imposés.

Le terme 2 est lié aux lèvres supérieure et inférieure de fissure ce qui double la surface créée dans le matériau.

- à force constante :

$$\Delta E_{ext} = F_1(d_1 - d_2)$$

$$\Delta E_{int} = \frac{1}{2}F_1d_2 - \frac{1}{2}F_1d_1, \text{ "aire sous la courbe" qui augmente.}$$

- à déplacement constant :

$$\Delta E_{ext} = 0$$

$$\Delta E_{int} = \frac{1}{2}F_2d_1 - \frac{1}{2}F_1d_1, \text{ "aire sous la courbe" qui diminue.}$$

- conservation de l'énergie, premier principe de la thermodynamique :

$$\Delta E_{ext} + \Delta E_{int} + \Gamma_R \Delta \mathcal{A} = 0$$

En pratique, on considérera qu'il soit possible qu'une partie de l'énergie puisse être transformée autrement qu'en création de surface, par exemple en chaleur ou en énergie cinétique. On écrira donc qu'il y a propagation si $-\Delta E_{ext} - \Delta E_{int} \geq \Gamma_R \Delta \mathcal{A}$. En supposant une augmentation infinitésimale de la surface de rupture et que les potentiels soient dérivables, il vient :

$$-\frac{\partial E_{ext}}{\partial \mathcal{A}} - \frac{\partial E_{int}}{\partial \mathcal{A}} \geq \Gamma_R$$

On définit ensuite le taux de restitution d'énergie avec $G = -\frac{\partial E_{ext}}{\partial \mathcal{A}} - \frac{\partial E_{int}}{\partial \mathcal{A}}$ puis on réécrit le critère de propagation :

$$G \geq \Gamma_R \quad (2)$$

où G est lié à la structure et son chargement et Γ_R au matériau.

3.2.3. Bilan d'énergie en présence d'effets inertiels

Considérer que la propagation de fissure puisse faire travailler les efforts extérieurs et/ou décharger la structure nécessite que tout se passe de façon quasi-statique. Cela n'est pas toujours le cas et il se peut que la vitesse des "ondes de chargement" ou des "ondes de déchargement" soit insuffisante pour que la propagation puisse récupérer la totalité de l'énergie prévue dans le cas statique où tout se passe relativement lentement. Il faut alors considérer que de l'énergie puisse se transformer en énergie cinétique E_{cin} et inversement pour obtenir le critère dans le cas dynamique. Le taux de restitution d'énergie devient $G_d = -\frac{\partial E_{ext}}{\partial \mathcal{A}} - \frac{\partial E_{int}}{\partial \mathcal{A}} - \frac{\partial E_{cin}}{\partial \mathcal{A}}$. Sous une forme où le temps apparaît explicitement, il vient :

$$G_d = -\frac{\partial E_{ext}}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \mathcal{A}} - \frac{\partial E_{int}}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \mathcal{A}} - \frac{\partial E_{cin}}{\partial t} \frac{\partial t}{\partial \mathcal{A}} \quad (3)$$

Le qualificatif "dynamique" est ici à comprendre au sens de la structure, i.-e. effets inertiels et vitesse de sollicitation et non du matériau dont le comportement peut être sensible à la vitesse de déformation $\underline{\dot{\epsilon}} = \frac{\partial \underline{\epsilon}}{\partial t}$, où $\underline{\epsilon}$ définit le tenseur des déformations, et éventuellement sensible à toute l'histoire de la déformation.

$$G_d \geq \Gamma_R(\underline{\dot{\epsilon}}, \dots) \quad (4)$$

La vitesse de sollicitation sera généralement définie soit à partir de la vitesse de chargement $\dot{G}_d = \frac{\partial G_d}{\partial t}$ avant propagation soit à partir de la vitesse de propagation $\dot{a} = \frac{\partial a}{\partial t}$.

3.2.4. Condition de chargement

En pratique les conditions aux limites expérimentales ne sont jamais idéales et la raideur de la machine de traction doit être intégrée au bilan d'énergie comme l'indique la Fig. 29. En effet, la fissuration peut se produire en récupérant de l'énergie élastique stockée non seulement dans l'échantillon mais aussi dans le bâti. Une machine trop souple rapprochera la situation de sollicitation d'une condition de chargement à force quasi constante et l'amorçage de la propagation conduira souvent à la ruine totale de l'échantillon. Les laboratoires cherchent donc à s'équiper de machines les plus raides possibles pour contrôler au mieux la propagation de fissure ou le progrès de la plasticité ou de l'endommagement. Ce dernier point appelle une remarque fondamentale : sauf cas très particulier, **la vitesse de propagation d'une**

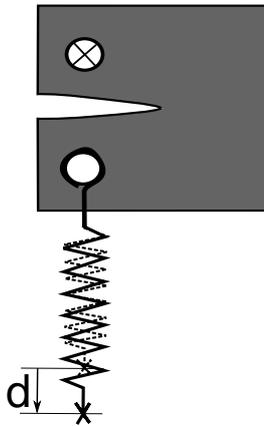


FIGURE 29: Modélisation de la sollicitation de l'échantillon intégrant la raideur du système de chargement.

fissure est observable mais non contrôlable. En effet, c'est la combinaison du taux de restitution d'énergie²¹ et de la dynamique du matériau qui contrôle la vitesse de propagation. La Fig. 30 montre qu'en effet la propagation peut présenter une succession d'amorçages et d'arrêts à l'échelle microscopique alors que les mesures à l'échelle macroscopique semblaient montrer une vitesse stable de propagation. Ce phénomène est appelé par abus de langage "stick-slip". Il conduit notamment au bruit parfois provoqué lors de l'arrachement d'un ruban adhésif.

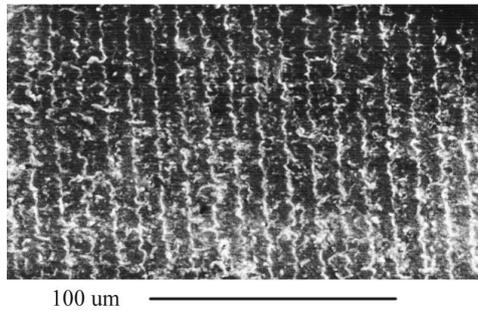


FIGURE 30: Succession d'amorçages et d'arrêts de propagation dans un polycarbonate, image MEB issue de [7]. Échantillon de type C.T. de dimensions environ 40mm x 40mm x 10mm sous chargement rapide à 0.6 m/s. Vitesse de propagation mesurée macroscopiquement de l'ordre de 100 m/s.

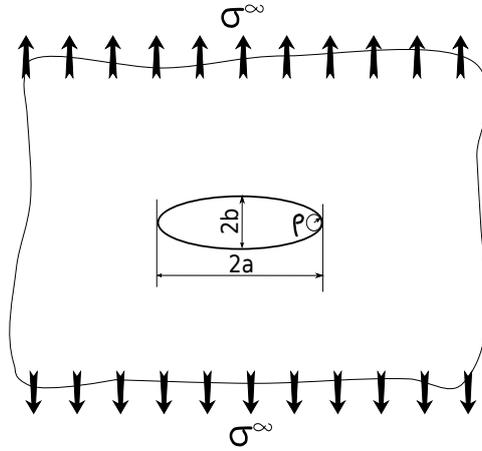


FIGURE 31: Défaut de forme elliptique dans une plaque relativement grande soumise à une tension uniforme à ses frontières.

3.3. Formalisme de la Mécanique Élastique Linéaire de la Rupture (MELR)

3.4. Le facteur d'intensité des contraintes

Au delà du bilan global d'énergie, il est loisible de se demander quelle est la nature du champ mécanique qui sollicite localement le sommet de fissure et conduit à l'amorçage d'une propagation. Commençons par se persuader de la nature singulière des champs mécaniques en sommet de fissure. Considérons un défaut de forme elliptique dans une plaque relativement grande²² soumise à une tension uniforme σ^∞ à ses frontières. On peut montrer analytiquement qu'en élasticité linéaire isotrope, la concentration de contrainte σ_A au point A (voir Fig. 31) vaut $\sigma_A = \sigma^\infty(1 + 2\sqrt{a/\rho})$, ρ désignant le rayon de courbure du défaut, i. e. $\rho = b^2/a$. Pour une fissure, $b = 0$ conduit à l'impossibilité d'utiliser la notion de concentration de contrainte puisque celle-ci tend vers l'infini en sommet de fissure. Il s'agit donc de décrire l'intensité de cette évolution vers l'infini et l'on définit pour cela le facteur d'intensité des contraintes (FIC). On considère la géométrie idéalisée d'une coupure plane. Dans le cas axisymétrique et en élasticité linéaire isotrope, la solution analytique pour une fissure en forme de sou fournit pour le terme singulier qui domine le champ des contraintes en sommet de fissure ($r \ll a$, voir Fig.32) :

$$\sigma_{nn} = \sigma^\infty \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \dots = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \dots$$

21. La dynamique de la sollicitation peut aussi être influente lorsque le comportement du matériau dépend considérablement de son histoire de chargement.

22. Le terme "relativement grande" signifie que l'on peut convenablement modéliser un défaut en milieu infini.

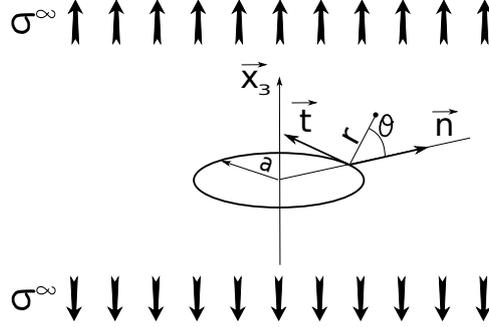


FIGURE 32: Fissure en forme de sou dans un milieu relativement grande soumis à une tension uniforme à ses frontières.

$$\begin{aligned}
\sigma_{zz} &= \sigma^\infty \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \dots = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2}\right) + \dots \\
\sigma_{nz} &= \sigma^\infty \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{a}{2r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} + \dots \\
\sigma_{tt} &= \nu(\sigma_{nn} + \sigma_{zz})
\end{aligned} \tag{5}$$

où ν est le coefficient de Poisson du matériau. Dans le cas d'une fissure en forme de sou $K_I = 2\sigma^\infty \sqrt{\frac{a}{\pi}}$. D'une façon générale, en modes I, II ou III, on fait apparaître le facteur d'intensité des contraintes K_I, K_{II} ou K_{III} , pour mettre l'expression des contraintes sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta) \quad \sigma_{ij} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} g_{ij}(\theta) \quad \sigma_{ij} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} h_{ij}(\theta) \tag{6}$$

En mode I, l'ouverture de fissure vaut :

$$\hat{u}_z(r) \approx \frac{8K_I}{E'} \sqrt{\frac{a}{2\pi}} \sqrt{\frac{r}{a} - \frac{r^2}{2a^2}}$$

où $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ et \hat{u}_z désigne l'écartement des lèvres de fissure²³. En sommet de fissure, i. e. lorsque $r \ll a$, il vient :

$$\hat{u}_z(r) \approx \frac{8K_I}{E'} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \tag{7}$$

Si l'on connaît $\hat{u}_z(r)$ en sommet de fissure, on peut en déduire le facteur d'intensité des contraintes K_I à l'aide de ce modèle de la mécanique élastique linéaire de la rupture (MELR).

Dans le cas d'une coupure plane dans une plaque (modèle bi-dimensionnel), en élasticité plane, le FIC en mode I pur vaut $K_I = 2\sigma^\infty \sqrt{\pi a}$. Pour les déplacements, en déformations planes $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ et en contraintes planes $E' = E$.

23. Le symbole \hat{u}_z indique qu'il s'agit d'une discontinuité de déplacement dans le milieu continu. On ne peut donc pas définir de déformation dans la fissure

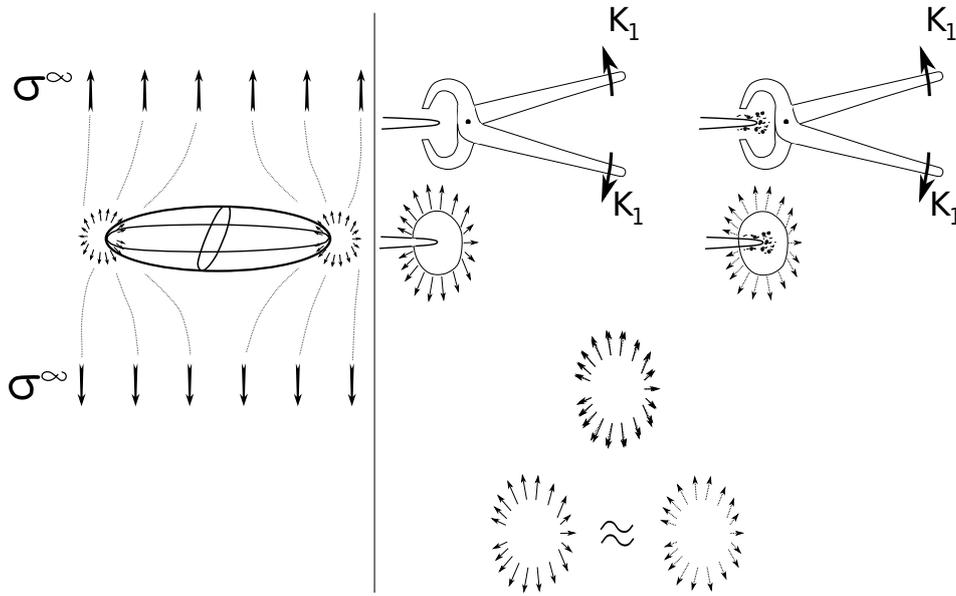


FIGURE 33: Le facteur d'intensité des contraintes K_I décrit la sollicitation en sommet de fissure par le modèle de la mécanique élastique linéaire de la rupture (MELR). Si le comportement non linéaire du matériau en sommet de fissure ne modifie pas considérablement les champs prédits par la MELR, i. e. la "plasticité" est confinée, alors le modèle élastique linéaire demeure convenable pour quantifier la sollicitation.

En mode II, pour une contrainte de cisaillement τ^∞ et une fissure plane dans une plaque le FIC vaut $K_{II} = 2\tau^\infty \sqrt{\pi a}$ et le tenseur des contraintes en sommet de fissure est obtenu par le calcul du terme singulier qui domine le champ à proximité du sommet $\sigma_{ij} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} g_{ij}(\theta)$:

$$\sigma_{nn} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(2 + \cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \dots$$

$$\sigma_{zz} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \left(\cos \frac{\theta}{2} \cos \frac{3\theta}{2} \right) + \dots$$

$$\sigma_{nz} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left(1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \dots$$

et toujours $\sigma_{tt} = \nu(\sigma_{nn} + \sigma_{zz})$.

Enfin, en mode III dans le plan, $\sigma_{13} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}(-\sin\frac{\theta}{2})$ et $\sigma_{23} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}}\cos\frac{\theta}{2}$.

3.5. Dualité K_I et G_I

Un aspect très important de la MELR réside dans la dualité entre le taux de restitution d'énergie G et le facteur d'intensité des contraintes K . Pour simplifier la démonstration de cette dualité, nous allons considérer que le chargement est effectué loin de la fissure en déplacements imposés de sorte que les efforts extérieurs aux frontières extérieures du domaine ne travaillent pas. La fissure est très petite relativement à la taille du domaine et loin de la perturbation liée à la fissure on retrouve un champ de traction quasi-uniforme défini par $\sigma^\infty = E\epsilon^\infty$. On se place en mode I pur comme l'indique la Fig. 34, pour la démonstration, on considère les efforts extérieurs fictifs qui refermeraient la fissure pour retrouver la longueur initiale. Le travail effectué dans le relâchement de ces efforts, considérés pour la démonstration comme des efforts extérieurs, correspond à la variation d'énergie élastique dans le domaine associée la propagation de a à $a + da$. On peut donc en déduire le taux de restitution d'énergie. Il vient :

$$-dE_{int} = \int_0^{da} \frac{1}{2} \hat{u}_z(da - r) \sigma_{zz}(r) 2\pi a dr$$

car on considère que l'évolution de l'ouverture de fissure dans une propagation extrêmement petite est du deuxième ordre. On prend donc σ_{zz} en avant du sommet de fissure et \hat{u}_z en arrière du sommet de fissure, tous deux pour un rayon de fissure a ,

$$dA = 2\pi a da$$

à partir des équ. 6 et 7, on peut simplifier et substituer :

$$-dE_{int} = \int_0^{da} \frac{8K_I}{E'} \sqrt{\frac{da-r}{2\pi}} \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \pi a dr$$

puis calculer le taux de restitution d'énergie à partir de l'équ. 3 dans le cas quasi-statique, i.e. $E_{cin} \approx 0$, pour obtenir :

$$G_I = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{-dE_{int}}{dA} = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{2K_I^2}{\pi E'} \int_0^{da} \sqrt{\frac{da-r}{da}} dr$$

Ce qui donne (voir Annexe B) :

$$G_I = \frac{K_I^2}{E'}$$

D'une façon plus générale, on peut ainsi montrer que :

$$G = G_I + G_{II} + G_{III} = \frac{K_I^2}{E'} + \frac{K_{II}^2}{E'} + \frac{K_{III}^2}{2\mu} \quad (8)$$

où $E' = \frac{E}{1-\nu^2}$ en déformations planes ou en axisymétrie et $E' = E$ en contraintes planes.

3.6. Contraintes planes et déformations planes

Considérons un échantillon plan et un état de contraintes planes tel que $\sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = 0$. On trouvera en Annexe C les arguments démontrant que $(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ doit être une fonction linéaire de x et de y , l'épaisseur étant

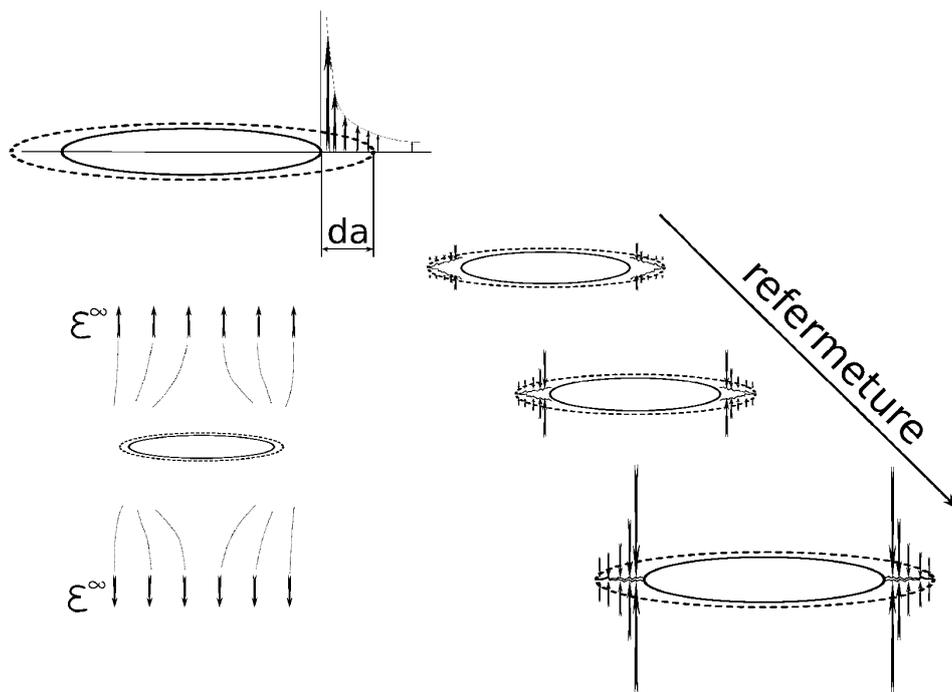


FIGURE 34: Pour la démonstration, on considère les efforts extérieurs fictifs qui refermeraient la fissure pour retrouver la longueur initiale, comme si le matériau cicatrisait.

selon z . Cependant, la solution analytique prédite par la mécanique élastique linéaire de la rupture montre que $(\sigma_{xx} + \sigma_{yy})$ varie en $\frac{1}{\sqrt{r}}$. Les hypothèses de contraintes planes n'y sont donc pas admissibles. La conséquence concrète est qu'au voisinage du sommet de fissure, les variations d'épaisseur déformée liés à l'effet Poisson sont empêchées et ceci d'autant plus que l'échantillon est épais. Pour étudier une sollicitation des plus nocives, il est donc préférable de se placer dans un état proche de celui des déformations planes en se donnant une épaisseur B suffisamment grande relativement à a et W ²⁴. Toutefois, au voisinage de la surface la condition de surface libre de contrainte impose que $\sigma_{zz} \rightarrow 0$. Donc, même si l'état de déformation plane est majoritaire, l'état de contrainte est tridimensionnel et non plan. Il s'ensuit généralement une courbure du sommet de fissure (visible sur les Fig. 25 et 26) qui traduit la "triaxialité" des contraintes en sommet de fissure, i. e. l'apparition d'une contrainte de traction $\sigma_{zz} = 0$ considérable en sommet de fissure. Cette traction atteint son maximum à mi-épaisseur. Comme en général les matériaux sont moins résistants en tri-traction et en mode I, c'est là que la fissure est la plus longue.

24. L'état de déformations planes est quant à lui admissible pour les champs de la mécanique élastique linéaire de la rupture.



FIGURE 35: Propagation d'une fissure dans un échantillon de type CT en PVC. On peut remarquer l'amincissement de l'échantillon dans la zone de progrès de la fissure qui traduit la présence d'une contrainte de traction dans l'épaisseur alors que les surfaces sont libres de contrainte. On parle de "triaxialité" des contraintes en sommet de fissure.

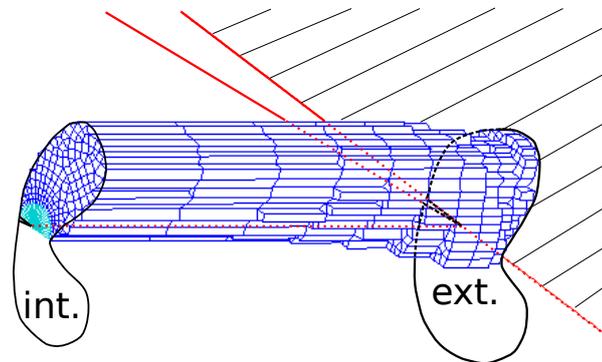


FIGURE 36: Zone plastifiée obtenue par éléments finis pour un modèle tridimensionnel d'éprouvette de type CT. Seul un quart de l'éprouvette est modélisé. Le plan hachuré représente la surface extérieure et l'autre extrémité se situe au centre dans l'épaisseur. On remarque que la zone plastique est relativement plus grande à la surface (ext., à droite) qu'au centre du sommet de fissure (int., à gauche).

La contrainte équivalente de von Mises s'exprime en fonction des contraintes principales σ_1 , σ_2 et σ_3 par $\sigma_{\acute{e}q.} = \sqrt{\frac{1}{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]}$. Reprenant les équ. 5 pour $\theta = 0$ en mode I, i. e. dans la continuité d'une propagation en ligne droite, on obtient :

$$\text{en déformations planes } \sigma_{\acute{e}q.} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}(1 - 2\nu)$$

$$\text{en contraintes planes } \sigma_{\acute{e}q.} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$$

ce qui indique une bien plus forte propension à la dissipation plastique en contraintes planes qu'en déformations planes. Un échantillon mince favorise donc la dissipation plastique. Un échantillon épais aura tendance à faire tendre vers un état de traction hydrostatique²⁵ au centre bien qu'en surface

25. Pour un coefficient de Poisson ν proche de 0.5 la MELR prédit une traction hydrostatique pour $\theta = 0$. Dans la plupart des cas de plasticité des matériaux, les déformations plastiques se font à volume constant, i. e. $\nu_{\text{tangent}} = 0.5$, ce qui favorise la traction triaxiale. Une possibilité de dissipation plastique du matériau demeure alors dans la croissance de cavités. En effet, les cavités permettent, lorsque leur création a été rendue possible par la

puisse se développer de la dissipation plastique.

3.7. Correction de plasticité : Mécanique Élastique Plastique de la Rupture (MEPR)

Supposons un comportement élastique linéaire isotrope suivi d'une plasticité régie par le critère de von Mises et calculons la contrainte équivalente de von Mises. À partir de quelle valeur de r , pour $\theta = 0$, dépasse-t-on la limite élastique σ_p . À l'aide des calculs précédents on obtient $r_p = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_p}\right)^2$. Ceci fournit une première estimation de la taille de la zone plastique. Des calculs élastoplastiques affinent cette valeur à $r_p = \frac{1}{6\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_p}\right)^2$ en déformations planes. Lorsque la plasticité est suffisamment confinée, il est convenable de

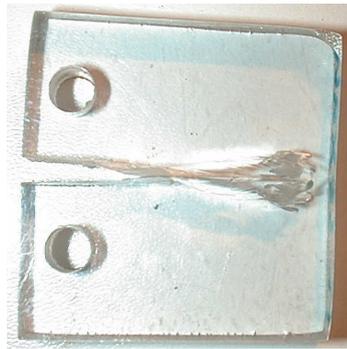


FIGURE 37: Propagation de fissure accompagnée d'un progrès de la déformation plastique dans un polycarbonate. La zone de déformation plastique grandit avec la longueur de fissure. La réflexion de la lumière révèle, comme en Fig.35, une diminution de l'épaisseur au niveau de la fissure traduisant la triaxialité des contraintes dans cet échantillon plan. Avec le temps, des craquelures sont apparues en sommet de fissure traduisant l'existence de contraintes résiduelles après déchargement.

prendre une longueur de fissure corrigée en additionnant un supplément de longueur correspondant à la déformation plastique. On considérera donc $a + r_p$ comme longueur de fissure plutôt que a .

3.8. Méthodes numériques de calcul en mécanique de la rupture

En élasticité linéaire, à l'aide de l'équ. 7 il est possible d'estimer le FIC à partir de l'ouverture du sommet de fissure. Encore faut-il s'assurer que les champs mécaniques en sommet de fissure sont bien décrits. Par exemple, en éléments finis, on prendra soin d'utiliser des fonctions d'interpolations

sollicitation, de générer "un déviateur des contraintes", c'est à dire du cisaillement.

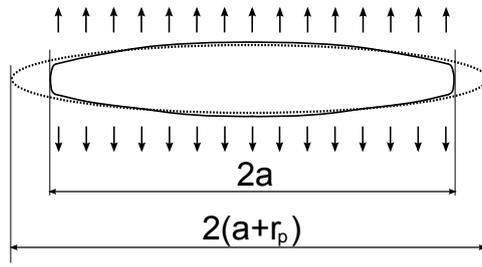


FIGURE 38: Correction de plasticité : lorsque la plasticité est suffisamment confinée, il est convenable de prendre une longueur de fissure corrigée en additionnant un supplément de longueur correspondant à la déformation plastique.

ad hoc [2] [3] [4]. En élastoplasticité, la technique de l'intégrale de contour permet d'obtenir de bons résultats (voir par exemple la procédure G_THETA de [5]). Les bilans d'énergie globaux sont aussi possibles [7] [10] [11].

Un modèle numérique par éléments finis est fourni en téléchargement avec ce cours et permet d'approfondir les notions de ce chapitre. Se reporter aux questions en fin de cours.

3.9. Stabilité de la propagation

Il est désormais clair que le chargement d'une fissure ne peut se définir qu'à partir du facteur d'intensité des contraintes K ou de façon équivalente du taux de restitution d'énergie G qui intègre les conditions de chargement et la géométrie de la structure. Prenons comme référence le taux de restitution d'énergie pour illustrer les propos suivants.

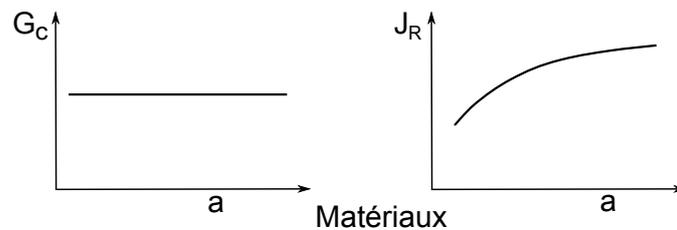


FIGURE 39: Comportements usuels à la rupture. À gauche le taux de restitution d'énergie critique G_c , appelée communément énergie de rupture, est constant quel que soit la longueur d'entaille ou de fissure. À droite, l'énergie consommée par la propagation de fissure augmente avec la longueur de fissure a . Pour le mode I on les note G_{Ic} et J_{IR}

3.10. Matériau ductile et matériau fragile

On peut maintenant donner une nouvelle définition de la ductilité plus précise que celle qui peut être définie par un essai de traction uniaxiale classique. En effet, on souhaite qualifier de ductile des matériaux pour lesquels la propagation d'une fissure s'arrêtera à chargement constant. Considérant donc un taux de restitution d'énergie constant, comparons le comportement

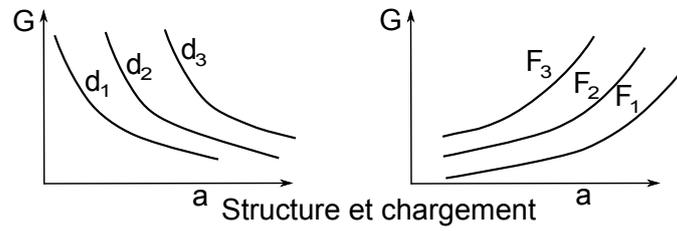


FIGURE 40: Taux de restitution d'énergie pour des déplacements imposés ($d_1 < d_2 < d_3$) et à droite pour des forces imposées ($F_1 < F_2 < F_3$) en fonction de la longueur de fissure.

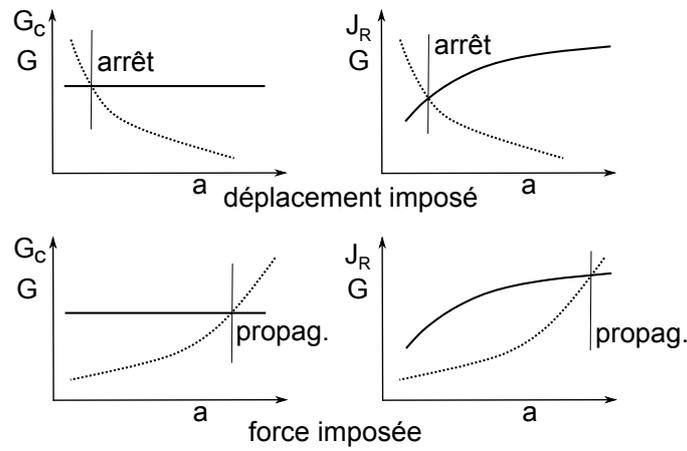


FIGURE 41: Analyse de la stabilité de la propagation. À gauche le cas idéal d'une énergie de rupture du matériau constante. La propagation s'arrête en déplacement imposé lorsque le taux de restitution d'énergie est moindre que l'énergie de rupture du matériau. En force imposée, lorsque la propagation peut démarrer elle se poursuit. À droite le cas d'un matériau dont la consommation d'énergie de rupture augmente avec la longueur de fissure. Les mêmes situations se présentent, il faut que le taux de restitution d'énergie soit suffisant pour permettre la propagation.

du matériau, i. e. l'énergie consommée par la propagation d'une fissure en fonction de la longueur de celle-ci, à l'énergie disponible pour sa propagation. La Fig. 42 montre qu'un matériau présentant une courbe de résistance croissante avec la longueur de fissure a nécessite une augmentation du taux de restitution pour qu'une propagation redémarre après arrêt. En d'autres termes, à G constant, la propagation s'arrête²⁶ pour un matériau ductile alors qu'elle ne s'arrête pas pour un matériau fragile.

3.11. Matériaux hyperfragiles, rupture dynamique et propagation rapide

Toutefois, l'énergie de rupture d'un matériau peut dépendre de bien des paramètres autres que la longueur de fissure. Pour les polymères, elle dé-

²⁶. bien sûr pour un taux de restitution d'énergie G dans la gamme de l'énergie de rupture

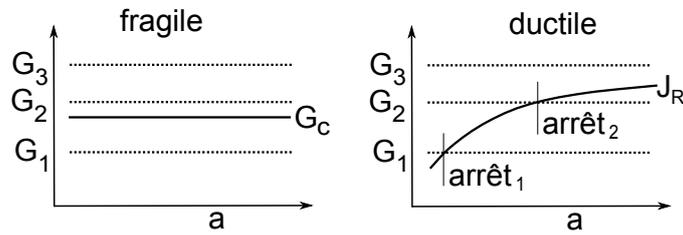


FIGURE 42: Cas de taux de restitution d'énergie constants $G_1 < G_2 < G_3$. À gauche un matériau fragile, i. e. lorsque la propagation démarre elle ne s'arrête pas. À droite un matériau ductile, i. e. pour qu'une propagation reprenne, il faut augmenter le taux de restitution d'énergie.

pend considérablement de la vitesse de sollicitation. Pour de nombreux polymères renforcés au choc ou semi cristallins, polymères comportant une phase amorphe qui peut présenter un comportement caoutchoutique à basse vitesse et vitreux à haute vitesse, on observe un comportement hyperfragile. En effet, lorsque la propagation accélère la phase amorphe, qui permet à l'état caoutchoutique de générer une forte dissipation d'énergie par cavitation, ne joue plus son effet de renfort et le matériau se comporte comme un polymère amorphe à l'état vitreux qui présente une relativement faible énergie de rupture. On qualifera ces matériaux d'hyperfragiles²⁷ puisque l'énergie de rupture du matériau diminue en cours de propagation. Il s'ensuit généralement une rupture avec faciès rugueux voire un ou des branchement de fissure comme le montre la Fig. 43.

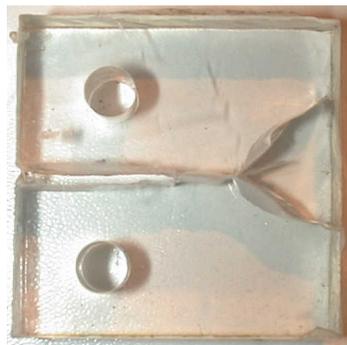


FIGURE 43: Propagation avec branchement de fissure.

27. Qualification suggérée par Robert Schirrer [6].

4. Fatigue des matériaux

4.1. Sollicitations de fatigue

Une sollicitation de fatigue est une sollicitation généralement mécanique ou thermomécanique qui varie dans le temps avec de nombreuses variations²⁸. La résistance à la fatigue des matériaux constitue un enjeu considérable pour les développements technologiques. Il est possible d'aboutir à la ruine d'une structure sans jamais dépasser la limite élastique sur le plan macroscopique. Évidemment, à l'échelle des défauts du matériau, le niveau de sollicitation peut largement dépasser la limite élastique. L'étude des divers mécanismes de dégradation nécessite la plupart du temps une connaissance approfondie des concepts de la mécanique de la rupture. La sollicitation de la pièce en service n'est pas forcément idéalement réglée, alternée ni à schéma répété. Bien sûr, pour caractériser les matériaux, se donner une sollicitation à caractère aléatoire rapprocherait probablement d'une réalité mais compliquerait considérablement l'analyse en plus de la définition de la sollicitation. On se contentera donc généralement de se donner une sollicitation qui varie de façon sinusoïdale comme le montre la Fig. 44. Cette dernière sera essentiellement définie par sa valeur minimale et sa valeur maximale. Si, par exemple, la contrainte définit la sollicitation²⁹, il s'agira de σ_{min} et σ_{max} et $\sigma(t) = \sigma_{min} + \Delta\sigma \sin(\omega t)$ où t désigne le temps, $\omega = \frac{2\pi}{f}$ la pulsation, f la fréquence de la sollicitation et $\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$ l'amplitude de la sollicitation. Quelquefois le paramètre $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$ est d'utilisation commode pour décrire des tendances en fatigue.

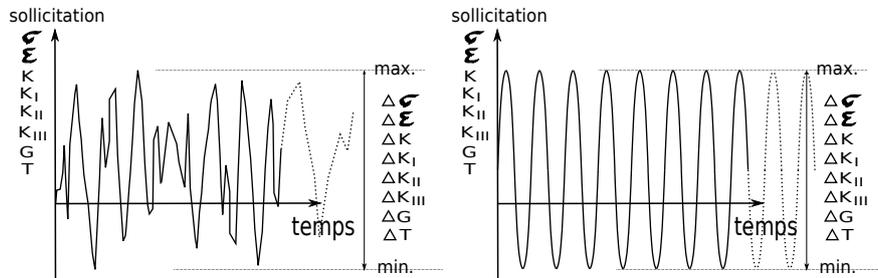


FIGURE 44: Sollicitation de fatigue : à gauche réelle et à droite pour la caractérisation en laboratoire.

4.2. Mécanismes de fatigue

Les mécanismes de fatigues dépendent essentiellement des matériaux et de l'environnement en relation avec la sollicitation. Le plus souvent les rup-

28. Pour peu de variations dans le temps avant ruine, on parle de fatigue oligocyclique mais ce n'est pas notre propos ici.

29. On peut aussi définir une sollicitation de fatigue en déformation(s), en FIC, en température si celle-ci induit des dilatations différentielles, etc.

tures s'amorcent à partir de défauts de surface. Ces défauts peuvent être intrinsèques au matériau, par exemple dus à l'élaboration, ou extrinsèques, par exemple dus à l'usinage. Comme l'indique la Fig. 45, une dissipation intrinsèque ou par friction peut être induite par l'alternance de la sollicitation. Cet auto-échauffement participe aux mécanismes de ruine. Des sollicitations lentes rapprocheront d'un état isotherme mais il s'agit de trouver un compromis avec la durée du test.

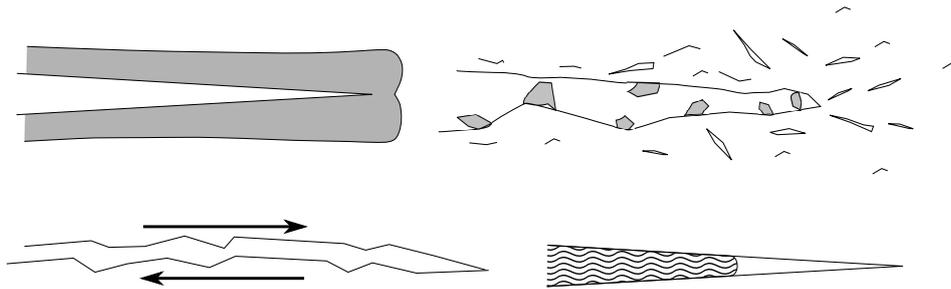


FIGURE 45: Quelques exemples de mécanismes pouvant influencer la fatigue des matériaux : plasticité, endommagement, débris, friction, ménisque d'un fluide...

4.3. Essais de fatigue

La machine la plus couramment utilisée est la machine de flexion rotative photographiée en Fig. 46. L'échantillon est encastré à une extrémité et une force constante³⁰ est appliquée à l'autre extrémité. La force est appliquée par l'intermédiaire d'un anneau à bille ce qui permet de faire tourner l'échantillon par rapport à la direction de la force. L'arrêt est automatique lorsque l'échantillon rompt. On note le nombre de tours effectués avant rupture. Connaissant la contrainte dans l'échantillon, on peut ainsi construire des courbes d'endurance définies au chap. 4.3.1.

Dans l'objectif de réduire la sensibilité à l'aléa de la présence de défaut, une autre approche consiste à partir d'un défaut de taille contrôlée en utilisant un échantillon destiné à la mécanique de la rupture. Il est dans ce cas pertinent de définir la sollicitation avec le facteur d'intensité des contraintes K et son amplitude de variation $\Delta K = K_{max} - K_{min}$. Pour la plupart des matériaux, le mode I est le plus nocif donc ΔK_I sera souvent le paramètre de premier ordre pour caractériser la tenue en fatigue.

Comme le suggère la Fig. 47, dans tous les cas pour lesquels le comportement du matériau est proche de l'élastoplasticité, l'écart entre la sollicitation minimale et maximale est pertinent pour jauger la sollicitation. En effet, la contrainte locale au voisinage des défauts étant limitée à la contrainte seuil d'écoulement, elle oscille entre plus ou moins cette contrainte seuil.

³⁰. La force est quasiment constante, appliquée par l'intermédiaire d'un ressort dynamométrique.



FIGURE 46: Machine de flexion rotative.

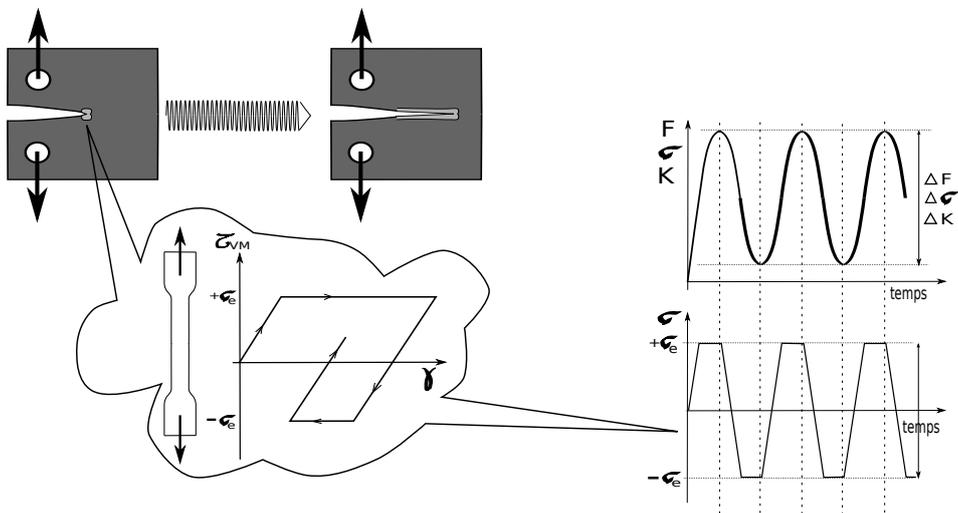


FIGURE 47: En pratique, la plupart du temps, le paramètre de premier ordre pour caractériser et décrire la ruine en fatigue est l'écart entre la sollicitation minimale et maximale.

4.3.1. Courbes d'endurance

En première approche, on peut construire des courbes d'endurance, dites de Wohler, comme celle de la Fig. 48 à l'aide d'échantillons ad hoc. Les

échantillons sont la plupart du temps soumis à une sollicitation alternée. Les défauts existants vont se propager et le plus nocif conduira la ruine de l'échantillon. Il suffit de compter le nombre de cycles à la ruine et de reporter le résultats en fonction de la sollicitation. Ensuite, il conviendra de faire des statistiques avec les résultats pour établir, par exemple, le fuseau dans lequel on souhaite que x% des structures se situent ou ' autre exemple, la limite haute de la sollicitation pour que x% des échantillons résistent à un nombre donné N de cycles.

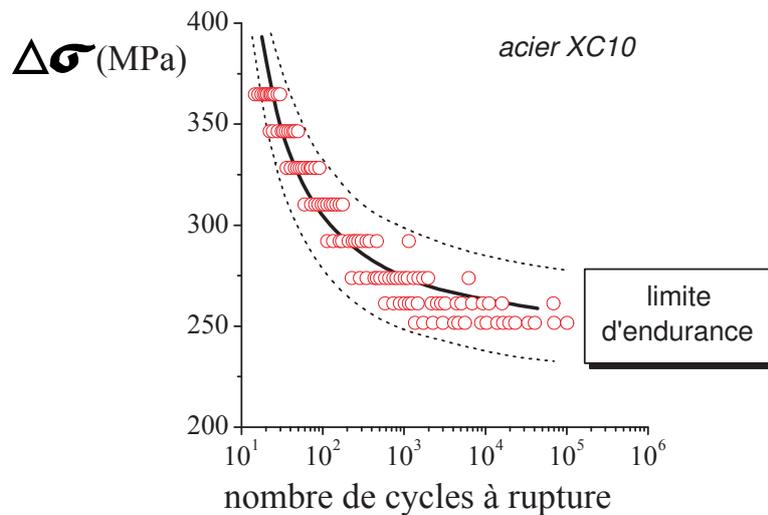


FIGURE 48: Courbe de Wohler pour un acier de nuance XC10.

4.4. Loi de type "Paris"

Une analyse parfois plus fine de la résistance en fatigue est fournie par la mécanique de la rupture. La sollicitation est caractérisée par le facteur d'intensité des contraintes, généralement en mode I. Il s'agit de procéder au suivi de la longueur d'une fissure qui se propage en fatigue, à partir d'une entaille, en fonction du nombre de cycles de chargement. Les paramètres utilisés sont dans ce cas ΔK_I et $\frac{\delta a}{\delta N}$ où a désigne la longueur de fissure et N le nombre de cycles. En pratique on observe souvent un comportement du type de celui présenté en Fig. 49 représentatif d'une loi de Paris³¹. Le comportement présente d'abord une région d'amorçage influencée par des mécanismes discontinus, amorçage induit par la microstructure du matériau³², l'environnement, la contrainte moyenne, etc. Ensuite apparaissent

31. P. C. Paris, chercheur qui a laissé son nom à un modèle vers 1950, modèle qui est ensuite devenu une loi de comportement.

32. Utiliser une éprouvette entaillée permet d'éliminer quasiment toute influence des défauts extrinsèques tels que les stries d'usinage ou les rayures accidentelles.

des mécanismes continus de propagation et un comportement linéaire en log vs.log. Enfin la propagation accélère pour aboutir à la ruine totale de la structure testée. Le comportement de propagation continu est généralement assez bien décrit par³³ $\frac{\delta a}{\delta N} = C_p (\Delta K_I)^{m_p}$, où C_p et m_p désignent les paramètres intrinsèques au matériau de la loi de Paris. C_p est généralement une fonction de $R = \frac{K_{Imin}}{K_{Imax}}$

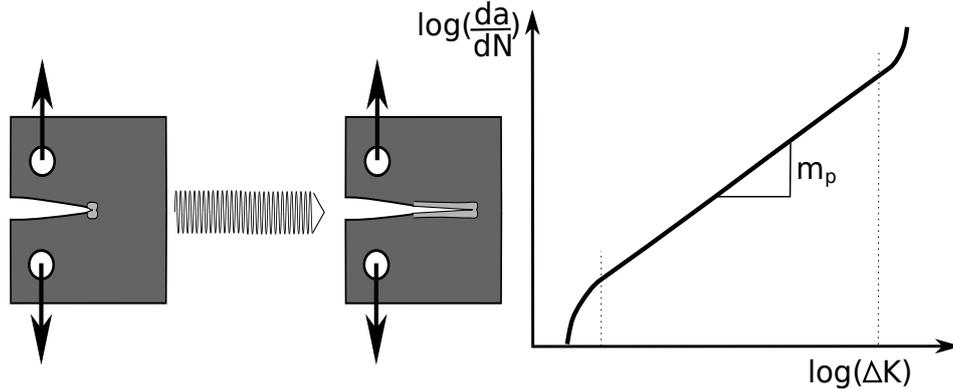


FIGURE 49: Comportement typique en fatigue d'un échantillon entaillé, loi de Paris.

4.5. Effet d'une surcharge

L'histoire du chargement peut dans certains cas avoir des conséquences peu intuitives sur la durée de vie en fatigue et il convient de bien analyser le chargement local pour tenter de comprendre la causalité. Un exemple est fourni en Fig. 50.

5. Prévention industrielle de la rupture

5.1. Quelques méthodes de détection de fissure

Fissures débouchant

- visibles à loeil nu : utilisation d'un produit pénétrant (liquide à tension de surface adaptée, poudre fine) et contrastant après essuyage,
- microscopiques : id. avec microscope, méthode des répliques.

Fissures ne débouchant pas

- * rayons X (cordons de soudure par exemple),
- * ultrasons ("échographie"),
- * résistivité (nécessite une mesure de référence),

³³. lorsque ce n'est pas le cas, on recourt à des modèles utilisant des expression mathématiques plus sophistiquées que celle de la loi de Paris mais généralement en conservant le même esprit.

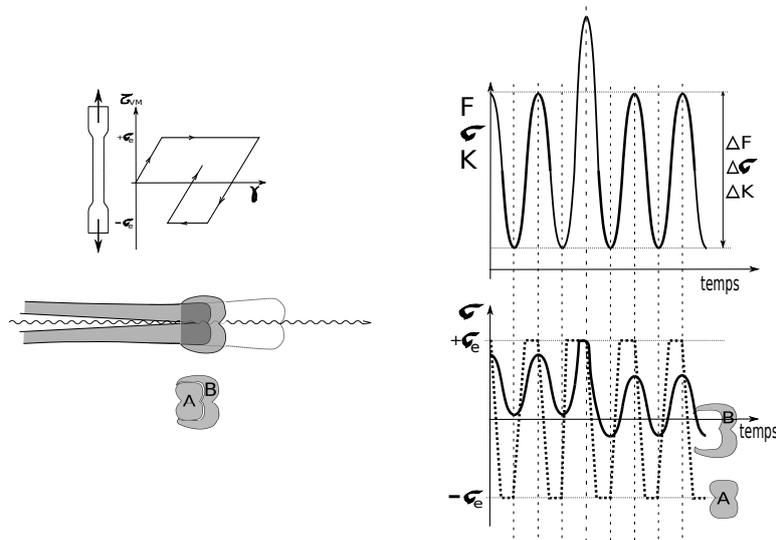


FIGURE 50: L'effet d'une surcharge momentanée peut paradoxalement dans certains cas ralentir une propagation.

- * émission acoustique (localisation possible au moment ou de propagation d'apparition mais pas en différé),
- * diffusion de la lumière (id. rayons X),
- * ... toute propriété physique/chimique utilisable ...

5.2. Prévention de la rupture

Avant fissuration

- * dimensionnement, diminuer la sollicitation,
- * géométrie, réduire les concentrations de contrainte (pas de singularité),
- * si possible sollicitation en déplacement imposé,
- * matériau exempt de défaut (attention aux conditions de refroidissement le cas échéant lors de l'élaboration),
- * pré-contraindre par trempe,
- * ...

Après fissuration

- * diminuer, si possible, la sollicitation,
- * reporter les sollicitations ailleurs ("rustine"),
- * émousser le sommet de fissure par exemple par perçage (réparation de pare-brise...)
- * dans certains cas particuliers plastifier/endommager localement le matériau pour réduire la concentration de contrainte en sommet d'entaille...
- * injecter de la matière (colle, ...) pour souder les lèvres de fissure,
- * canaliser le trajet de fissuration (pointillés pour coupon détachable ou

coins détachables des agendas, rainure pour les yaourts...)

* ...

Remerciements : je dois une grande reconnaissance à Robert Schirrer, directeur de recherche au CNRS aujourd'hui en retraite, qui m'a beaucoup appris sur le sujet de la mécanique de la rupture.

6. Mécanique de l'endommagement

Ce chapitre sera en partie traité sous forme d'exercices mettant à profit des notions précédentes.

6.1. Endommagement mécanique

On appelle endommagement, en mécanique des matériaux, toute modification du matériau qui entraîne un changement des modules d'élasticité du matériau. Cet endommagement peut être induit par sollicitation mécanique, thermomécanique, thermique, physico-chimique, etc. L'endommagement peut modifier l'anisotropie du matériau et sa description ainsi que la description de son évolution peuvent être complexe. Sous sa forme la plus simple, un scalaire D est utilisé pour caractériser l'endommagement de sorte que $E_{actuel} = E_{initial}(1 - D)$ où E désigne le module d'Young du matériau. Dans ce dernier cas, le modèle est isotrope.

6.2. Approches locales et non locales

En modélisation et calcul mécanique, il s'agit la plupart du temps de décrire le comportement d'un milieu continu et homogène représentant le(s) matériau(x). Le(s) matériau(x) est(sont) constitué(s) d'une ou plusieurs microstructures qu'il n'est pas possible aujourd'hui de modéliser exactement (déterminisme). Le calcul de mécanique fournit les champs mécaniques tels que contraintes et déformations et, à partir de ces informations, il convient de prédire des évolutions. Citons, par exemple, un calcul de béton armé aux états limites ultimes (ELU³⁴). Le comportement des matériaux constituant les éléments de structure et de fondation doivent dans ce cas être décrits jusqu'à la ruine successive de tous les éléments jusqu'à la ruine totale de la structure. Cependant, nous avons vu que taux de restitution d'énergie et contrainte sont des notions différentes. S'il s'agit de prédire convenablement

34. En génie civil, les règlements de construction admettent qu'une structure puisse être, en situation exceptionnelle, endommagée et rendue inutilisable à condition qu'elle assure toujours la sécurité de ses personnes et ses biens.

la propagation de défauts à l'aide de l'état de contrainte, on peut être amené à utiliser une "formulation non locale", c'est à dire prendre en compte non seulement l'état local mais aussi l'état de l'environnement immédiat pour faire évoluer l'endommagement. En effet, pour qu'un défaut se propage, l'énergie nécessaire à sa propagation doit pouvoir être puisée dans son environnement même si l'état local permet au mécanisme de propagation de se produire - c'est l'essence de la notion de taux de restitution d'énergie. Hormis pour cette notion fondamentale, une approche non locale peut s'avérer nécessaire pour d'autres raisons telle que, par exemple, l'organisation du matériau dans les composites.

6.3. Fissuration et perte de raideur

6.3.1. Énergie de déformation

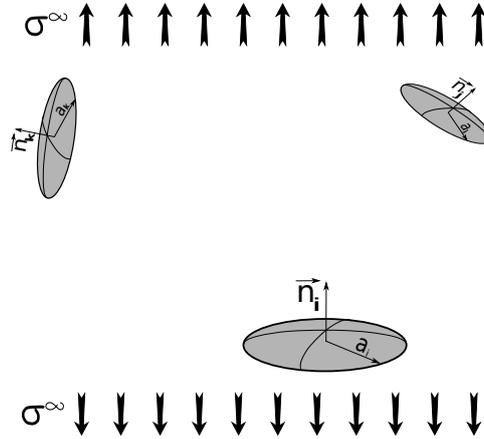


FIGURE 51: Modélisation d'un endommagement par des fissures en forme de sou.

La présence de cavités ou de fissures abaisse la raideur du matériau (Fig. 51). Si l'on compare l'énergie élastique de déformation du matériau fissuré avec celle du même matériau non fissuré, celle-ci est plus grande en contrainte imposée et plus petite en déformation imposée. Prenons le cas de la traction uniaxiale : $w_{élastique} = \frac{1}{2}\sigma\epsilon$ où $w_{élastique}$ désigne la densité d'énergie élastique en $[J/m^3]$. La loi de Hooke permet d'affirmer que, en traction uniaxiale seulement, $\sigma = E\epsilon$.

Si ϵ est imposé alors $w_{élastique} = \frac{1}{2}E_{actuel}\epsilon^2 = \frac{1}{2}E_0(1-D)\epsilon^2$.

Si σ est imposé alors $w_{élastique} = \frac{1}{2}\frac{1}{E_{actuel}}\sigma^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{E_0(1-D)}\sigma^2$.

Comme $D \in [0, 1[$, il est clair que lorsque ϵ est imposé, la densité d'énergie de déformation est moindre que celle du matériau qui ne serait pas fissuré et il en est à l'opposé lorsque σ est imposé.

Désignons maintenant par $w_{non\ fissuré} = \frac{1}{2}E_0\epsilon^2 = \frac{1}{2}\frac{1}{E_0}\sigma^2$. Lorsque le matériau contient un petit défaut que l'on peut modéliser à seul dans un

milieu infini, on peut montrer [8] [9] [13] que l'on peut associer une énergie d'interaction³⁵ à ce défaut. Si le volume de la structure est désigné par V et l'énergie, dans les mêmes conditions de sollicitation, du milieu exempt de défaut est désignée par $U_0 \text{ él.}$, alors l'énergie élastique de la structure vaut :

$$U_{\text{él.}} = U_0 \text{ él.} \pm U_{\text{défaut}} = V_0 w_{\text{non fissuré}} \pm U_{\text{défaut}}$$

+ en contrainte imposée et - en déformation/déplacements imposés. Si plusieurs relativement petits défauts, suffisamment éloignés les uns des autres pour qu'ils n'interagissent pas entre eux sur le plan mécanique, sont présents dans le matériau alors l'expression ci-avant devient :

$$U_{\text{él.}} = V w_{\text{non fissuré}} \pm \sum_{i=1}^n U_i$$

+ en contrainte imposée et - en déformation/déplacements imposés. Si ϵ est imposé alors $U_{\text{él.}} = V \frac{1}{2} E_{\text{actuel}} \epsilon^2 = V \frac{1}{2} E_0 \epsilon^2 - \sum_{i=1}^n U_i$. Il vient donc $E_{\text{actuel}} = E_0 - \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \frac{2U_i}{\epsilon^2}$

Si σ est imposé alors $U_{\text{él.}} = V \frac{1}{2} \frac{1}{E_{\text{actuel}}} \sigma^2 = V \frac{1}{2} \frac{1}{E_0} \sigma^2 + \sum_{i=1}^n U_i$. Il vient donc $E_{\text{actuel}} = \frac{1}{\frac{1}{E_0} + \frac{1}{V} \sum_{i=1}^n \frac{2U_i}{\sigma^2}}$

Bien sûr E_{actuel} est intrinsèque au matériau et ne dépend pas du chargement. Les deux conditions imposées fournissent la même valeur au premier ordre. En effet, dans le cas de petits défauts "dilués", le module change peu et le développement limité au premier ordre d'une expression permet de retrouver l'autre. Lorsque les valeurs fournies sont considérablement différentes alors l'hypothèse d'absence d'interaction entre défauts et entre les frontières et les défauts n'est plus valable.

Considérons le cas d'un endommagement anisotrope sous traction uniaxiale schématisé par la Fig. 52. Supposons que l'on peut modéliser tous les défauts par des fissures en forme de sou perpendiculaires à l'axe de la traction uniaxiale. Supposons aussi que les défauts sont suffisamment dilués dans le matériau pour que les équations précédentes fournissent un résultat convenable. Par souci de simplicité nous désignerons par E^D la raideur du matériau dans le sens de la traction. Le supplément d'énergie associé à une fissure i en forme de sou en mode I est donné par :

$$U_i = \frac{8a_i^3 \sigma^2 (1-\nu^2)}{3E} = \frac{8a_i^3 E \epsilon^2 (1-\nu^2)}{3}$$

6.3.2. Questions

On se placera dans le cadre où les hypothèses de la mécanique élastique linéaire de la rupture (MELR) sont respectées et en situation quasi-statique,

35. L'interaction entre le défaut et la sollicitation mécanique et non entre les défauts.

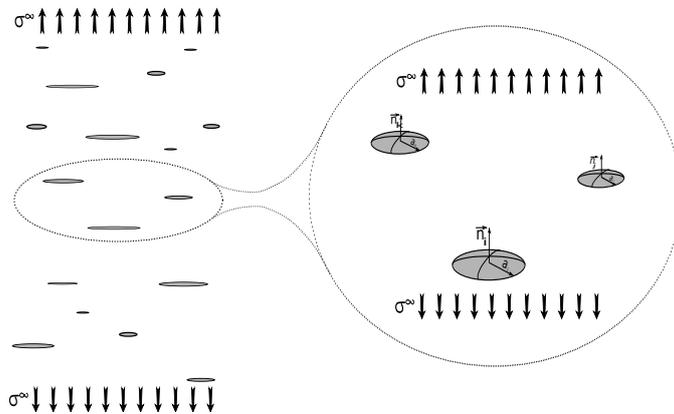


FIGURE 52: Modélisation d'un endommagement anisotrope par des fissures en forme de sou.

i. e. $E_{cin} \approx 0$.

Pour une fissure en forme de sou :

- formuler le critère de Griffith,
- calculer le facteur d'intensité des contraintes K_I ,
- considérant que l'énergie de rupture du matériau Γ_R est donnée, établir la relation taille du défaut/sollicitation critique pour éviter une propagation et discuter du cas d'un acier 4340 écroui dont la limite élastique vaut 1850 MPa et K_{Ic} vaut $47 \text{ MPa}\sqrt{m}$ puis du cas d'un acier au carbone de valeurs correspondantes 240 MPa et $220 \text{ MPa}\sqrt{m}$,
- calculer la correction de plasticité pour ces deux aciers et valider/invalider la MEPR.

Les fichiers joints "formsou.dgibi", "feproc00.dgibi" et "proc00.dgibi" sont des scripts pour faire des calculs par éléments finis avec le logiciel Cast3M. Après avoir pris en main le logiciel et exécutés les scripts fournis ... , faire un schéma du modèle par éléments finis et indiquer les symétries le cas échéant puis expliquer :

- comment est modélisée la structure,
- comment la discrétisation spatiale est faite, en particulier en sommet de fissure,
- comment sont modélisées et prescrites les conditions aux limites (CL), dans quel mode est sollicitée la fissure,
- comment est modélisée la loi de comportement,
- comment sont calculées les énergies E_{ext} , E_{int} , etc,
- comment est calculé le taux de restitution d'énergie G - plusieurs méthodes sont-elles utilisées - pourquoi les valeurs fournies en sortie pour la plus petite ainsi que pour la plus grande fissure sont-elles moins rigoureuse-

ment calculées,

- comment est calculé le facteur d'intensité des contraintes, plusieurs méthodes sont-elles utilisées pour cela.

Faire des calculs par éléments finis avec les scripts fournis pour un comportement élastique et des CL. en déplacements puis en efforts. Tracer les déplacements et contraintes obtenus numériquement dans le plan de la fissure et les comparer aux résultats théoriques. Tracer les résultats en fonction de la taille de la fissure en forme de sou. Estimer la précision des résultats. Discuter de l'interaction avec les bords de la structure pour les deux types de CL.

Faire des calculs avec un comportement élastoplastique, décrire les difficultés rencontrées et la forme de la zone plastique.

Comment peut-on calculer en élastoplasticité confinée le taux de restitution d'énergie ?

Pour un milieu élastique linéaire isotrope fissuré et le modèle sans interaction définit ci-avant :

- calculer la raideur E^D ,
- quantifier la nocivité des défauts sur la raideur,
- discuter de la limite du modèle lorsque les défauts croissent et interagissent,
- discuter de la possibilité de mesurer l'endommagement et de "voir" des défauts par un essai de traction uniaxiale.

Il a été montré que, pour procéder à des modèles numériques d'homogénéisation, des modèles axisymétriques pouvaient fournir de très bonnes estimations bien qu'ils ne puissent parfaitement remplir l'espace sans vide ou recouvrement (voir Fig. 53). Revenons donc au modèle par élément fini de la fissure en forme de sou en mode I du Chap. 1.8. Afin d'être le plus rigoureux possible avec le modèle malgré cette approximation, les conditions aux limites en déplacements sont telles que les bords rectilignes restent rectilignes à l'état déformé³⁶.

En s'aidant du modèle numérique :

- discuter de la limite du modèle lorsque les défauts croissent et interagissent,
- discuter de la possibilité de mesurer l'endommagement et de "voir" des défauts par un essai de traction uniaxiale,

36. Pour ce faire, la traction est imposée par des déplacements nodaux identiques sur le bord supérieur et il est imposé aux déplacements nodaux du bord latéral d'être égaux.

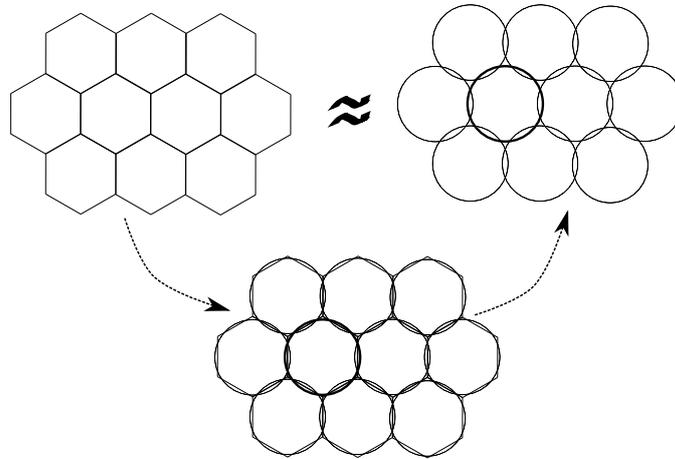


FIGURE 53: Le remplissage parfait de l'espace par des prismes droits à base hexagonale est modélisé par des cylindres à base circulaire.

Peut-on imaginer un modèle "dilué", i. e. avec des défauts n'interagissant pas entre eux, avec des fissures en forme de sou dont l'orientation est quelconque :

- que dire des conditions d'axisymétrie dans ce cas ? - les modes II et III seraient-ils activés ? - peut-on formuler l'énergie élastique de déformation de la même façon qu'en mode I ?

Remerciements : je dois une grande reconnaissance à Robert Schirrer, directeur de recherche au CNRS aujourd'hui en retraite, qui m'a beaucoup appris sur le sujet de la mécanique de la rupture.

Annexe A. Quelques valeurs typiques de ténacité

La table suivante fournit quelques valeurs typiques de K_{Ic} à température ambiante.

Annexe B. Calcul de l'intégrale pour la dualité K - G

Il s'agit de calculer :

$$G_I = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{-dE_{int}}{dA} = \lim_{da \rightarrow 0} \frac{2K_I^2}{\pi E'} \int_0^{da} \sqrt{\frac{da-r}{da}} \frac{dr}{r}$$

Que vaut $\int_0^{da} \sqrt{\frac{da-r}{da}} \frac{dr}{r}$?

$$\int_0^{da} \sqrt{\frac{da-r}{da}} \frac{dr}{r} = \int_0^{da} \sqrt{\frac{1-r/da}{r/da}} \frac{dr}{r}$$

posons $r/da = \cos^2(x)$ donc $x = \text{Arccos}(\sqrt{r/da})$ et $dr = 2 da \sin(x) \cos(x)$

$$\text{d'où : } \int_0^{da} \sqrt{\frac{1-r/da}{r/da}} \frac{dr}{r} = \int_{-\pi/2}^0 \sqrt{\frac{1-\cos^2(x)}{\cos^2(x)}} 2 da \sin(x) \cos(x) dx$$

Matériau	E (GPa)	ν (-)	σ_p (MPa)	K_{Ic} (MPa. \sqrt{m})	G_{Ic} (kJ/m ²)	$\frac{1}{6\pi}(\frac{K_{Ic}}{\sigma_p})^2$ (m)
Acier						
au carbone	210	0.3	240	220	250	0.04
maraging 250 recuit	210	0.3	1800	75	29	$9 \cdot 10^{-5}$
4340 écroui	210	1850	0.3	47	12	$3 \cdot 10^{-5}$
A533B pour réacteur	210	0.3	350	200	210	0.02
Aluminium						
nuance 7075	70	0.35	550	30	15	$2 \cdot 10^{-4}$
nuance 7079	70	0.35	470	33	18	$3 \cdot 10^{-4}$
Titane						
nuance 6A1-4V	114	0.34	1100	38	14	$6 \cdot 10^{-5}$
PMMA						
PMMA pur	3	0.33	70	1.7	1	$3 \cdot 10^{-5}$
PMMA renforcé	2	0.38	45	3	5	$2 \cdot 10^{-4}$
PS	3	0.35	40	1	0.4	$3 \cdot 10^{-5}$
PC	2.5	0.35	65	2.2	2	$6 \cdot 10^{-5}$

TABLE A.3: Résistances mécaniques de métaux.

$$\int_0^{da} \sqrt{\frac{1-r/da}{r/da}} dr = \int_{-\pi/2}^0 2 da \sin^2(x) dx$$

en remarquant que $\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$, il vient :

$$\int_{-\pi/2}^0 2 da \sin^2(x) dx = \int_{-\pi/2}^0 1 - \cos(2x) dx = da[x + \frac{\sin(2x)}{2}]_{-\pi/2}^0 = \frac{\pi}{2} da$$

d'où $G_I = \frac{K_I^2}{E'}$.

Annexe C. A propos de l'admissibilité de l'hypothèse de contraintes planes en élasticité linéaire isotrope

Considérons un état de contraintes planes, i. e. :

$$\sigma_{13} = \sigma_{23} = \sigma_{33} = 0 \quad (C.1)$$

En d'autres termes, $\underline{\underline{\sigma}}$ et $\underline{\underline{\epsilon}}$ sont indépendants de x_3 . Rappelons la loi de comportement en élasticité linéaire isotrope et en petites déformations (loi de Hooke) :

$$\underline{\underline{\sigma}} = 2\mu\underline{\underline{\epsilon}} + \lambda Tr(\underline{\underline{\epsilon}}) Id \quad (C.2)$$

On la peut mettre sous la forme :

$$\sigma_{ij} = \mu(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}) + \lambda\delta_{ij}(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}) \quad (C.3)$$

Des équ. C.1 et C.3 il vient :

$$\mu(\frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_1}) = 0$$

$$\begin{aligned}\mu\left(\frac{\partial u_2}{\partial x_3} + \frac{\partial u_3}{\partial x_2}\right) &= 0 \\ 2\mu\frac{\partial u_3}{\partial x_3} + \lambda\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3}\right) &= 0\end{aligned}$$

En combinant ces équations on obtient :

$$\sigma_{ij} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right) + \frac{2\lambda\mu}{\lambda+2\mu}\delta_{ij}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2}\right)$$

où l'on peut faire apparaître les déformations ainsi que module d'Young et coefficient de Poisson :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{2(1+\nu)}(\epsilon_{11} + \epsilon_{22}) + \frac{\nu E}{1-\nu^2}\delta_{ij}\epsilon_{ij}$$

Rappelons maintenant les équations de compatibilité³⁷ :

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{ik}}{\partial x_j \partial x_e} + \frac{\partial^2 \epsilon_{ej}}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{\partial^2 \epsilon_{kj}}{\partial x_i \partial x_e} - \frac{\partial^2 \epsilon_{ie}}{\partial x_j \partial x_k} = 0 \quad (\text{C.4})$$

d'où pour notre problème en contraintes planes :

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{11}}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_{22}}{\partial x_1^2} - 2\frac{\partial^2 \epsilon_{12}}{\partial x_1 \partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{33}}{\partial x_1^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{33}}{\partial x_2^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{33}}{\partial x_1 \partial x_2} = 0$$

avec $\epsilon_{33} = \frac{-\nu}{E}(\sigma_{11} + \sigma_{22})$.

On on déduit donc que $(\sigma_{11} + \sigma_{22})$ doit être une fonction linéaire de x_1 et de x_2 .

Références

- [1] Anderson, T.L., 2005. Fracture Mechanics - Fundamentals and Applications. Taylor and Francis Group. third edition.
- [2] Barsoum, R.S., 1974. Application of quadratic isoparametric elements in linear fracture mechanics. International Journal of Fracture 10, 603–605.
- [3] Barsoum, R.S., 1976. On the use of isoparametric finite elements in linear fracture mechanics. International Journal for Numerical Methods in Engineering 10, 25–37.
- [4] Barsoum, R.S., 1977. Triangular quarter-point elements as elastic and perfectly-plastic crack tip elements. International Journal for Numerical Methods in Engineering 11, 85–98.
- [5] CEA, . Logiciel de calcul par éléments finis.

³⁷. Car les déformations sont obtenues à partir du gradient d'un champ de déplacement.

- [6] Fond, C., Schirrer, R., 2001a. Dynamic fracture surface energy and branching instabilities during rapid crack propagation in rubber toughened pmma. Notes au C.R.A.S., Series IIb 329, 195–200.
- [7] Fond, C., Schirrer, R., 2001b. Influence of the crack speed on the fracture energy in amorphous and rubber toughened amorphous polymers. *Plastics Rubber and Composites* 3, 116–124.
- [8] François, D., Pineau, A., Zaoui, A., 1991. Comportement mécanique des matériaux. vol. 1. *Traité des nouvelles technologies*, Hermès, Paris.
- [9] François, D., Pineau, A., Zaoui, A., 1993. Comportement mécanique des matériaux. vol. 2. *Viscoplasticité, endommagement, mécanique de la rupture, mécanique du contact*, Hermès, Paris.
- [10] Kopp, J., Lin, J., Schmittbuhl, J., Fond, C., 2014a. Longitudinal dynamic fracture of polymer pipes. *European Journal of Environmental and Civil Engineering* 18, 1097–1105.
- [11] Kopp, J., Schmittbuhl, J., Noel, O., Fond, C., 2015. A self-affine geometrical model of dynamic rt-pmma fractures : implications for fracture energy measurements. *International Journal of Fracture* , 1–12.
- [12] Kopp, J., Schmittbuhl, J., Noel, O., Lin, J., Fond, C., 2014b. Fluctuations of the dynamic fracture energy values related to the amount of created fracture surface. *Engineering Fracture Mechanics* 126, 178–189.
- [13] Mura, T., 1993. *Micromechanics of defects in solids. Mechanics of elastic and inelastic solids*, Kluwer academic publishers, Dordrecht / Boston / London.